



Escola Tècnica Superior d'Arquitectura de Barcelona
Av. Diagonal, 649-651, 08028 Barcelona +34 93 401 6333 informacio.etsab@upc.edu

UNIVERSITAT POLITÈCNICA DE CATALUNYA
BARCELONA TECH



MÁSTER OFICIAL EN TECNOLOGÍAS EN LA ARQUITECTURA

PROYECTOS IV

PRETENSADO DE COLUMNAS TENSEGRITY PARA EL INCREMENTO DE RIGIDEZ AXIL

Proyecto final de máster

Patricia Blanco Blanch

Septiembre 2010

0. ABSTRACT.....	1
1. DEFINICIÓN BÁSICA.....	2
1.1 Introducción.....	2
1.1.1 Definiciones	2
1.2 Motivaciones.....	3
1.2.1 Cualidades	3
2. OBJETO DE ESTUDIO.....	5
3. CONCEPTOS BÁSICOS.....	8
3.1 Principios fundamentales de las estructuras Tensegrity.....	8
3.1.1 Construcción de bloques básicos.....	8
3.1.2 Equilibrio	9
3.1.3 Diseño bajo cargas de compresión.....	10
3.1.4 Columna Tensegrity de Clase 1.....	12
3.1.4.1 Propiedades estáticas y cinemáticas.....	13
3.1.4.2 Ahorro de masa	14
3.1.5 Técnica de fabricación	15
4. ESTADO DEL ARTE.....	20
4.1 Precedentes.....	20
4.2 Tipologías.....	20
4.3 Realizaciones	23
4.4 Columnas Tensegrity de múltiples módulos	32
4.4.1 Antecedentes.....	32
4.5 Búsqueda de la forma	34
4.5.1 Estilo Tensegrity de dos plantas.	35
4.5.2 Estilos Tensegrity de múltiples módulos	35
5. OBJETIVOS.....	41
5.1 Objetivos generales	41
5.1.1 Estudio del ahorro de masa para un prisma Tensegrity	42

5.1.2	Análisis estructural de modelo teórico.....	45
5.1.2.1	Valores de desplazamiento z para mástil con $\theta=10^\circ$ bajo cargas Axiales.....	50
5.1.2.2	Valores de desplazamiento z para mástil con $\theta=20^\circ$ bajo cargas Axiales.....	51
5.1.2.3	Valores de desplazamiento z para mástil con $\theta=30^\circ$ bajo cargas Axiales.....	52
5.1.2.4	Valores de desplazamiento x para mástil con $\theta=10^\circ$ bajo cargas laterales.....	53
5.1.2.5	Valores de desplazamiento x para mástil con $\theta=20^\circ$ bajo cargas laterales.....	54
5.1.2.6	Valores de desplazamiento x para mástil con $\theta=30^\circ$ bajo cargas laterales.....	55
5.1.3	Análisis de Vibraciones.....	56
5.2	Objetivos específicos.....	58
5.2.1	Búsqueda de la forma mediante la geometría.....	58
5.2.2	Propuesta de estudio.....	61
5.2.3	Análisis estructural de modelo propuesto.....	62
5.2.3.1	Alargamiento de las barras.....	63
5.2.3.2	Pretensado de todos los cables.....	63
5.2.3.3	Pretensado del cuadrado mayor y menor.....	66
5.2.3.4	Pretensado del cuadrado mayor.....	68
5.2.4	Aplicación.....	71
6.	CONCLUSIONES PRELIMINARES.....	77
6.1	Verificación del objetivo general.....	77
6.2	Verificación del objetivo específico.....	78
7.	VIABILIDAD DEL ESTUDIO.....	80
8.	BIBLIOGRAFIA.....	81
8.1	Referencias bibliográficas.....	81
8.2	Bibliografía específica.....	82

0 . A B S T R A C T

El propósito de este documento es estudiar la aplicación de estructuras Tensegrity en el marco arquitectónico.

Este trabajo estudia el concepto básico Tensegrity, su definición, su clasificación de acuerdo a anteriores investigadores (Motró, Skelton, Pugh...), su comportamiento no-lineal y la propia aportación centrada en nuevos elementos arquitectónicos basados en este principio.

A través de la geometría y programas informáticos, se plantea una nueva tipología y el desarrollo de un método constructivo, teniendo en cuenta, algunos aspectos tan importantes como el sistema de pretensado para encontrar el equilibrio.

El principal objetivo es contribuir de una manera particular a la aplicación de sistemas Tensegrity en espacios arquitectónicos, en este caso con la modelización columnas trabajando a bajo carga axial, analizando la forma y escala de la unidad geométrica básica y planteando la superposición de módulos donde los elementos a compresión son discontinuos y los cables a tracción continuos.

A lo largo del estudio analizaremos diferentes modelos de módulos sometidos a compresión, con la ayuda del software WinTess (desarrollado por Ramón Sastre), donde se verifica que la aportación de pretensado incrementa la rigidez axial de la columna y se garantiza su equilibrio estructural.

1. DEFINICIÓN BÁSICA

1.1 Introducción

El Tensegrity se define mediante el equilibrio de fuerzas de tracción y compresión. Las geometrías Tensegrity se caracterizan por tener barras a compresión discontinuas, que se mantienen en equilibrio mediante cables tensados. El equilibrio se genera ya que todas las fuerzas de compresión y de tracción están perfectamente distribuidas, y esto hace que trabajen conjuntamente cuando la forma estructural se garantiza, porque finalmente el sistema es cerrado y autoequilibrado, como dice Fuller [1] "islas de compresión en un océano de tracción". "El Tensegrity describe un sistema estructural cerrado compuesto por un conjunto de tres o más barras comprimidas con un sistema de tendones traccionados, las partes combinadas se soportan mutuamente de manera que las barras no se tocan entre sí pero la presión aparentemente contra los nodos en el sistema tensional para rigidizar, la triangulada, pretensada, unidad de tracción y compresión." [2] "Un sistema Tensegrity se establece cuando un conjunto de componentes discontinuos a compresión interactúan con un conjunto de componentes a tracción que definen un volumen estable en el espacio". [3]

El Tensegrity es relativamente un sistema nuevo y en desarrollo (de 50 años de edad). Han sido considerados tres personajes como los inventores del Tensegrity: Richard Buckminster Fuller (USA-1962), David Georges Emmerich (Francia-1964) y Kenneth D. Snelson (EEUU-1948). Aunque los tres han afirmado ser el primer inventor, R. Motro menciona que Emmerich informó de que el primer sistema proto-tensegrity, denominado "Gleichgewichtskonstruktion", fue creado por Karl Loganson (Rusia-1920). Después de que en 1976 Anthony Pugh de la Universidad de California (Berkeley), escribió su libro "An Introduction to Tensegrity", donde muestra y describe los diferentes modelos, además hizo una clasificación de las diversas tipologías existentes [3]. Él describe tres modelos o patrones básicos, con los que las estructuras Tensegrity se pueden construir: un patrón diamante, un patrón zig-zag y un patrón de circuito. Esta clasificación se origina en la posición relativa de las barras, entre sí y los extremos de los cables [4].

1.1.1 Definiciones

El concepto Tensegrity ha recibido un gran interés entre los científicos e ingenieros a lo largo de un amplio abanico de disciplinas y aplicaciones.

La palabra Tensegrity proviene de la contracción de "integrity" y "tensional", que fue acuñada por Fuller a principios de los 60's. [5]

Los Tensegrity fueron creados por personas procedentes de la comunidad artística [6], siendo rápidamente aplicada a otras disciplinas, como en el contexto arquitectónico, para estructuras

1. DEFINICIÓN BÁSICA

tales como domos geodésicos [7], o más tarde en la ingeniería de espacio para desarrollar antenas desplegables.[8]

Hay muchas definiciones para el concepto Tensegrity:

"Islas de compresión en un océano de tracción" (Kenneth Snelson)

"Tracción continua, compresión discontinua" (Buckminster-Fuller)

"Un sistema Tensegrity es el estado de una serie de elementos comprimidos discontinuos dentro de un conjunto de componentes traccionados en equilibrio estable" (R. Motro, "Tensegrity; Structural systems for the future, London 2003)

"Una red de barras articuladas internamente pretensadas, donde los cables o tendons se traccionan al contrario que el sistema de barras o puntales". (Hanaor, A. Geometrically rigid double-layer tensegrity grids. International Journal of Space Structures 9, 4 (1994), 227-238.)

"Una estructura Tensegrity es cualquier estructura realizada mediante cables y barras, en la que se impone un estado de pretensado que da tracción a los." (Miura, K., and Pellegrino, S. Structural concepts. 1999. Draft.)

Quizás la definición más aceptada para una estructura Tensegrity fue dada por Pugh [9]:

"Un sistema Tensegrity se establece cuando un conjunto de componentes de compresión discontinua interactúa con un conjunto de componentes de tracción continua y definen un volumen estable en el espacio." (Pugh. "An introduction to tensegrity", 1976)

La definición original tiene en cuenta dos tipos de elementos: las barras (compresión) y los cables (de tracción), dichas barras completamente aisladas de entre sí

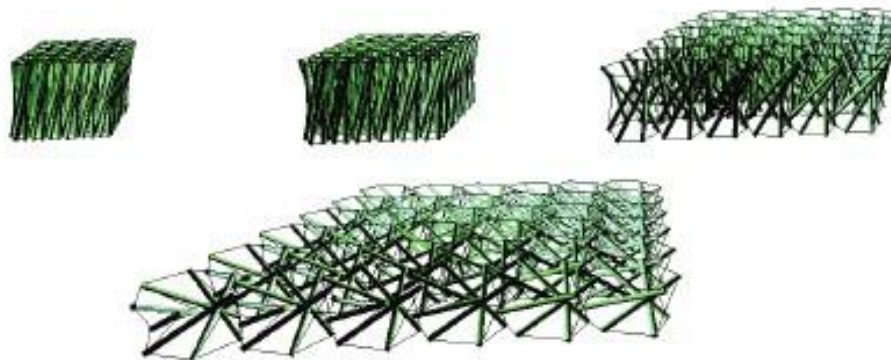
Desde su origen, las estructuras Tensegrity se han priorizado para ser utilizadas en aplicaciones estáticas donde la longitud de todos los miembros se mantiene constante y la actuación sólo se realiza para compensar de perturbaciones externas. En las últimas décadas, el marco Tensegrity también se ha utilizado para construir estructuras de despliegue [8], aunque el paradigma de la tensegridad no se ha explotado plenamente aún.

1.2 Motivaciones

1.2.1 Cualidades

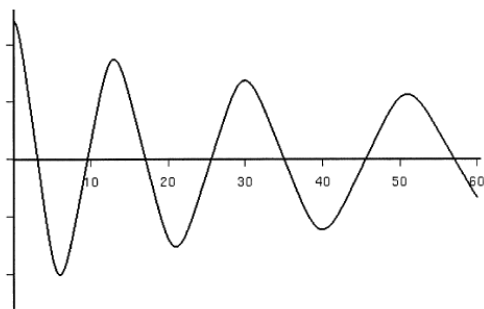
1. DEFINICIÓN BÁSICA

- Eficiencia: Se ha demostrado [10] que los materiales estructurales sólo son necesarios en las trayectorias de cargas, por lo que las estructuras Tensegrity, poniendo con cuidado los elementos a compresión, son capaces de aumentar la resistencia de las estructuras a tracción. Los Tensegrity son energéticamente eficientes, ya que sus miembros almacenan la energía en forma de tracción o compresión, en general la potencia necesaria para accionar estas estructuras podría ser pequeña ya que está parcialmente almacenada en la propia estructura.
- Desarrollo de las capacidades: Las estructuras rígidas tienden a tener una movilidad limitada, pero, puesto que los elementos de compresión en las estructuras Tensegrity son disjuntos, se permiten grandes desplazamientos que permiten crear estructuras de despliegue que se pueden almacenar en pequeños volúmenes. Esto es especialmente importante en el espacio aplicaciones tales como antenas desplegables y móviles. [8]

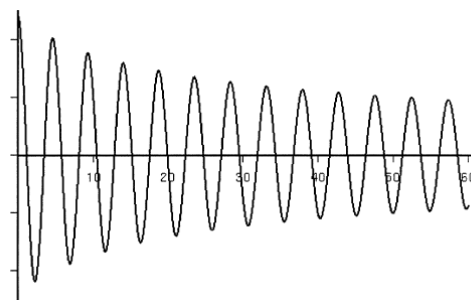


Malla Tensegrity desplegable [Masic & Skelton, 02]

- Fácilmente ajustable: La existencia de pre-tensado en los elementos Tensegrity permite al autor modificar su rigidez. Por lo tanto, el modo en que estas estructuras se comportan cuando se le aplican fuerzas externas, corresponde a una oscilación propia debido a su frecuencia natural, y puede ser fácilmente modificable. [11]



Frecuencia de oscilación de un prisma Tensegrity triangular sin pretensado.



Frecuencia de oscilación de un prisma Tensegrity triangular con pretensado.

1. DEFINICIÓN BÁSICA

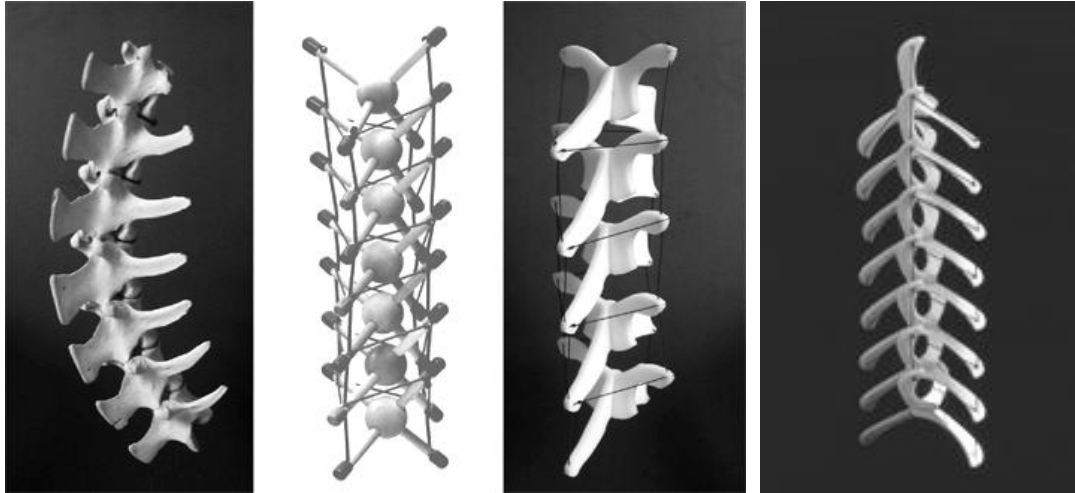
- Fácil modelado: Debido a las normas de diseño Tensegrity, cualquiera que sea la fuerza externa aplicada a sus elementos, provocará solamente esfuerzos axiales (ya sea de tracción o de compresión). El modelo utilizado para caracterizar su comportamiento es más fiable ya que no tiene en cuenta los fenómenos de flexión.
- Redundante: Los sistemas Tensegrity pueden ser vistos como una clase especial de estructuras cuyos elementos pueden funcionar simultáneamente como sensores, activadores de carga y portadores de carga. Por lo tanto, es posible tener varios elementos capaces de hacer frente a una tarea y, en el caso de que uno de ellos falle, otro elemento que pueda asumir su papel y deje que toda la estructura pueda para seguir trabajando. Este es el principio de las estructuras inteligentes y, en particular, de sensores inteligentes. [12]
- Escalabilidad: Las principales propiedades matemáticas de las estructuras Tensegrity, sin tener en cuenta las limitaciones físicas de materiales, están dadas por su geometría, por lo que son aplicables desde la pequeña a la gran escala.



"Pabellon de EEUU. Expo '67" de Fuller en 1967

- Biología inspirada: Ingber [13] propuso un modelo Tensegrity que se podría utilizar para explicar cómo los elementos básicos se combinan para formar estructuras más complejas (Auto-montaje). En el cuerpo humano este modelo se puede aplicar para ambos, a escala macro (los 206 huesos que conforman nuestro esqueleto erguidos contra la fuerza de gravedad y estables en forma vertical debido a la tensión de tracción que ofrecen los músculos, los tendones y los ligamentos), y a escala micro (las proteínas y otros factores cruciales para el cuerpo también se establecen a través de los principios Tensegrity). Vogel [14] también demostró que el modelo Tensegrity se puede aplicar a las estructuras músculo-esqueleto de algunos animales terrestres.

1. DEFINICIÓN BÁSICA



Modelos "Ivory-T Mast". Simulación de espina dorsal tensegrítica. Tom Flemons (2005)

La alta eficiencia energética, capacidad de despliegue, la variable modelización y las propiedades de redundancia, así como la inspiración biológica, hacen que este tipo de estructuras sean interesantes para el diseño de elementos estructurales aplicables en arquitectura.

Para poder utilizar este tipo de estructuras en aplicaciones arquitectónicas, se deben abordar diferentes problemas: en primer lugar, es encontrar una configuración estable de una tipología e incluso diseñar nuevas tipologías con el fin de lograr algunos resultados deseados. Este primer objetivo tiene que ver con el comportamiento estático de las estructuras Tensegrity y los métodos para encontrar la forma óptima. Analizar la rigidez, en su diversidad, así como la estabilidad de la estructura, teniendo en cuenta las deformaciones, los esfuerzos y la energía.

En segundo lugar, incorporar este elemento, formando parte de un conjunto estructural, para resolver un espacio arquitectónico, teniendo en cuenta las ventajas e inconvenientes que ofrecen las estructuras Tensegrity.

2. OBJETO DE ESTUDIO

Análisis del concepto Tensegrity desde el punto de vista de tipología estructural efectiva, mejorada y sostenible, para la propuesta de viabilidad del uso de tensegridades como estructuras ligeras para soportar infraestructuras.

El principal objetivo es contribuir de una manera particular a la aplicación de sistemas Tensegrity en espacios arquitectónicos, en este caso con la modelización de columnas trabajando a bajo carga axial, analizando la forma y escala de la unidad geométrica básica y planteando la superposición de módulos donde los elementos a compresión son discontinuos y los cables a tracción continuos.

3. CONCEPTOS BÁSICOS

3.1 Principios fundamentales de las estructuras Tensegrity

3.1.1 Construcción de bloques básicos

Un prisma Tensegrity está compuesto por cualquier unidad estable tridimensional formada por p barras, con un polígono de cables de p caras en la cara superior y un polígono de cables de p caras en la cara inferior de la unidad. Aparentemente, Logan [15] [16], fue el primero en construir tal unidad de $p=3$, pero Snelson lo hizo popular de manera artística. Algunas variaciones de prismas Tensegrity serán utilizadas. La fotografía muestra un prisma Tensegrity mínimo regular de $p=3$, donde también vemos la imagen en planta del prisma en la siguiente fotografía. La palabra mínimo se refiere al uso del menor número de cables ($3p$) para estabilizar, y el término regular se refiere al requerimiento que los polígonos en la cara superior e inferior deben ser paralelos y equiláteros (sin embargo ambas caras no necesariamente tienen el mismo radio).

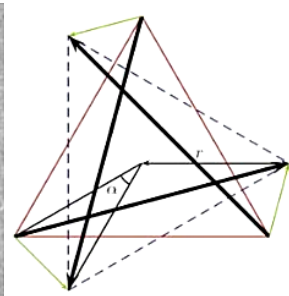
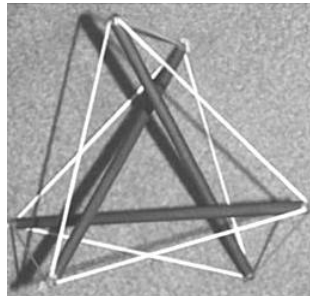
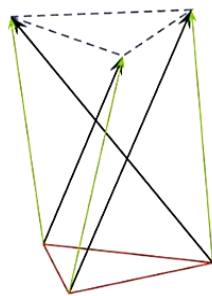
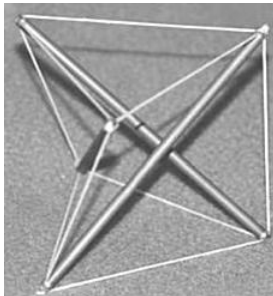


Figura 3.1: Perspectiva y diagrama del Tensegrity mínimo de mismo radio en cara superior e inferior.

Figura 3.2: Vista superior de prisma Tensegrity de $p=3$. Se muestra su posición de equilibrio sin cargas externas con ángulo $\theta=30^\circ$. Las líneas rojas definen el triángulo inferior, las azules el triángulo superior, y las verdes son los cables que unen el triángulo superior con el inferior. Las líneas negras son las barras.

El prisma Tensegrity mínimo regular de la figura 3.2 contiene dos triángulos equiláteros, uno formado por tres cables en la cara superior y el otro formado por 3 cables en la cara inferior. Estos dos triángulos son paralelos pero no tienen el mismo radio (a pesar de generar esta figura). El resto de cables conectan los vértices del triángulo superior con los del triángulo inferior. Las barras (varillas metálicas) también conectan los vértices del triángulo de la cara superior con los de la cara inferior. En el caso sin fuerzas externas, con solamente el equilibrio de las 3 barras del prisma Tensegrity mínimo y regular el ángulo de giro entre la cara superior e inferior es de $\alpha=30^\circ$, y este hecho sigue siendo cierto independientemente del radio de cada polígono en la cara superior e inferior. Tal conclusión se basa en el siguiente resultado general, para cualquier elección de p .

3. CONCEPTOS BÁSICOS

Para cada prisma Tensegrity m himo y regular compuesto por p barras, se deja que una carga externa de magnitud f/p se aplique en cada uno de los $2p$ nodos perpendiculares del polígono de la cara superior del prisma (formado por p caras poligonales), donde se comprimir  el prisma y reducir  la altura. En ausencia de cualquier carga ($f=0$) el prisma en equilibrio será únicamente $\alpha = \pi/2 - \pi/p$, como se menciona arriba. En presencia de algún tipo de carga externa, el prisma experimenta una rotación de valor $\pi/2 - \pi/p \leq \alpha \leq \pi - 2\pi/p$, donde el límite superior corresponde a la intersección de las barras p en el medio de la estructura. Las barras interfieren algo menos en el ángulo que $\alpha = \pi - 2\pi/p$, debido al espesor de las barras.

Los prismas Tensegrity m himos y regulares pueden tener cualquier numero de barras $p \geq 2$. Tienen polígonos regulares en la cara superior e inferior de p lados en planos paralelos. En un prisma regular, el m himo número de cables necesarios para estar en equilibrio es $3p$, es decir 3 cables en la cara superior y 3 cables en la cara inferior, y 3 cables verticales. Un prisma de p -barras con $3p$ cables es un prisma m himo, pero no es un prisma regular. En el siguiente apartado discutiremos las propiedades de los prismas m himos y regulares.

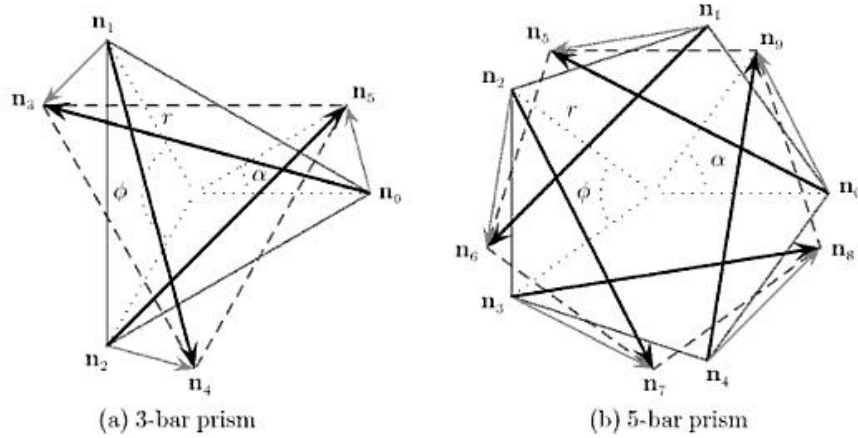


Figura 3.3: Vista en planta de un prisma m himo y regular (con $R_s=R_i=R$)

Llamaremos R_s y R_i a los radios de los polígonos regulares de la cara superior e inferior del prisma Tensegrity de p -barras. La distancia que separa ambos polígonos será la H altura del prisma. El  ngulo de rotación, formado por la proyección de los polígonos superior e inferior, lo llamaremos α . El  ngulo ϕ es el ángulo característico del polígono regular, definido como $\phi=2\pi/p$. En los esquemas a continuación vemos $R_s=R_i=R$ para $p=3$ y $p=5$. Como se ha mencionado anteriormente, los prismas Tensegrity m himos y regulares tienen p barras y $3p$ cables.

3.1.2 Equilibrio

Aquí se presentan las relaciones fundamentales para el equilibrio del prisma Tensegrity auto-tensado sin cargas externas. Las derivaciones detalladas se encuentran al final del apartado.

Definimos γ_s , γ_i y γ_v como las densidades de fuerza, la relación ente el valor de fuerza i la longitud, de los cables superior, inferior y verticales respectivamente, y λ_b la densidad de

3. CONCEPTOS BÁSICOS

fuerza de todas las barras. El hecho que todos los grupos de cables y todas las barras tengan el mismo coeficiente de fuerza es debido a la simetría que implica la regularidad del prisma.

Sin fuerzas externas, para el equilibrio, tenemos:

Donde $\rho = R_s/R_i$ es la relación entre el radio superior e inferior. Observamos que el ángulo de rotación es $\alpha = (\pi/2) - (\pi/\rho)$, únicamente está definido por ρ . Por lo tanto, para $\rho=3$, $\alpha=30^\circ$, para $\rho=4$, $\alpha=45^\circ$, para $\rho=6$, $\alpha=60^\circ$, las cuales son relaciones conocidas [CB98: R. Connelly and A. Black. Mathematics and tensegrity. American Scientist, 86:142–11, 1998].

Las formula superior es escalable en el sentido que λb y la unidad geométrica (H, R_i) o (H, R_s) pueden elegirse arbitrariamente sin afectar al equilibrio. Si aumentamos $\lambda b > 0$ aumenta el nivel de pretensado de la unidad. Vemos como todas las χ son positivas si $\lambda b > 0$. En cuanto a la geometría, cambiando H y sabiendo R_i , simplemente se escala la fuerza de los miembros para que coincida la unidad geométrica. También vemos que $\chi_i = \rho^2 \chi_s$, de manera que, como se esperaba, los cables superior e inferior tienen exactamente las mismas fuerzas cuando los radios de los respectivos polígonos son iguales.

3.1.3 Diseño bajo cargas de compresión

Consideramos un prisma Tensegrity mínimo y regular sometido a un total de carga $f(l_0)$, como se muestra en la figura 3.4 para el caso de $\rho=3$. Asumimos que $R_s=R_i=R$, así que los polígonos superior e inferior son iguales. Para que la notación sea coherente con las siguientes definidas en el apartado, la altura H es ahora la longitud del prisma definida como l_0 . Asimismo, la anchura del prisma es $w=2R$. Esto nos permite comparar los resultados de esta sección con los de otras tipologías estudiadas.

Aunque podemos calcular las fuerzas exactas en todos los elementos del prisma Tensegrity en equilibrio bajo cargas de compresión aquí adoptaremos el mismo paradigma de “pequeños desplazamientos” con el fin de diseñar el prisma Tensegrity. Como antes, suponemos que el prisma es estable y está diseñado para cuando se someten cargas de compresión $f(l_0)$ igualmente distribuidas en los nodos superiores e inferiores, y la componente vertical del cable vertical es cero. Bajo el supuesto de desplazamientos pequeños tenemos que:

3. CONCEPTOS BÁSICOS

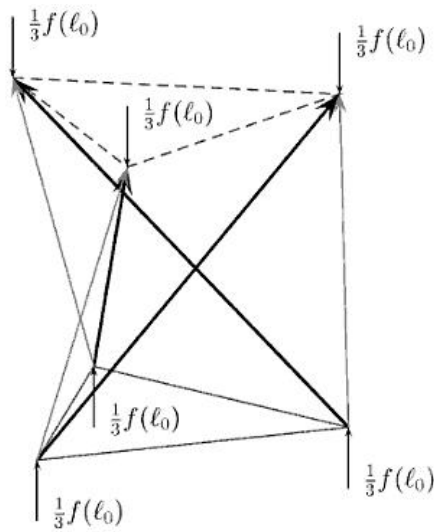


Figura 3.4: Prisma mínimo y regular bajo cargas de compresión.

Esto permite calcular todas las densidades de fuerza de todos los miembros de la estructura,

después de computar las longitudes de las barras y los cables,

Podemos calcular el total de masa necesaria para la barra a pandeo para la carga dada $f(l_0)$,

Como antes, estamos interesados en el ahorro de masa como comparación a una barra simple sometida a compresión,

3. CONCEPTOS BÁSICOS

Esto es porque calculamos el ratio de ahorro de masa.

$$\frac{m_{\text{cables}}}{m_{\text{prisma}}} = \frac{m_{\text{cables}}}{m_{\text{prisma}}}$$

Donde m_{cables} es la masa de los cables

$$m_{\text{prisma}} = \rho V$$

Y

$$m_{\text{cables}} = \rho_{\text{cables}} V_{\text{cables}}$$

Donde E es un parámetro adimensional definido como,

$$E = \frac{E_{\text{cables}}}{E_{\text{prisma}}}$$

El total de ahorro de masa para un prisma Tensegrity mínimo y regular de p -barras es entonces:

$$\Delta m = m_{\text{prisma}} - m_{\text{prisma Tensegrity}}$$

Vemos que $\Delta m = 0$, por lo tanto no hay ahorro de masa posible para una unidad simple. Esto se superará en el siguiente apartado donde un propio elemento se diseña mediante el desarrollo a base de diferentes prismas Tensegrity.

3.1.4 Columna Tensegrity de Clase 1

Este módulo se crea mediante el ensamblaje de prismas triangulares uno encima del otro. La dirección de la rotación de los prismas varía de modo que cada segundo prisma se gira en sentido horario y todos los demás hacia el sentido contrario. Este procedimiento se ilustra en la figura 3.5 para un módulo de tres módulos. Se funden en un módulo mediante la sustitución de su base de cables individual por los cables a modo de silla de montar. La altura de cada módulo es H , pero la altura del módulo es inferior a $3H$ debido a la coincidencia de los cables a modo de silla h . Se puede demostrar que para un módulo esta superposición puede expresarse como una proporción de la altura del módulo, $\eta = h / H$.

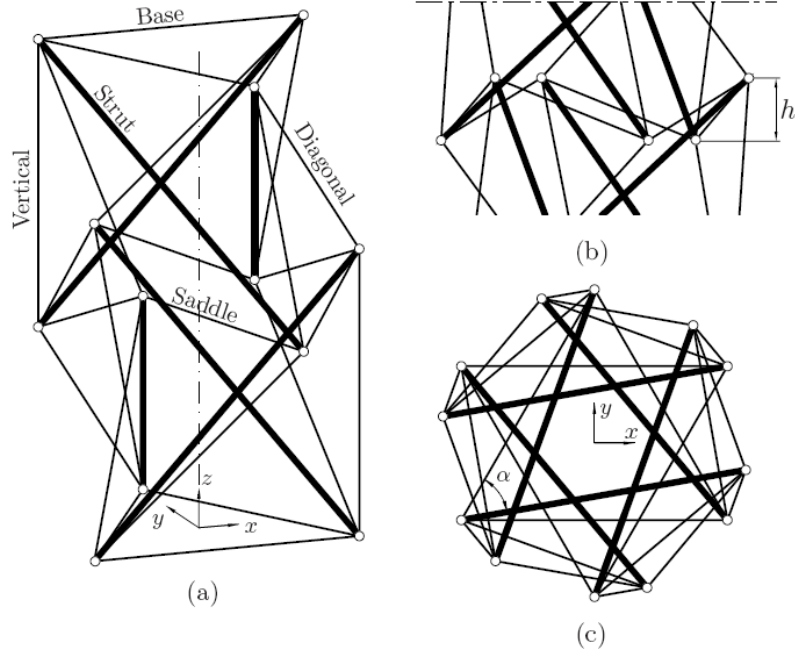


Figura 3.5: Torre Tensegrity de dos módulos de Sultan y Skelton: (a) Vista tridimensional, (b) alzado, y (c) planta.

Una característica importante de las estructuras Tensegrity de Snelson es que tienen un solo estado de auto-tesado. Por lo tanto, la longitud de un solo elemento tiene que ser ajustada al pretensar la estructura. Esta es una propiedad clave para la aplicación práctica de estructuras Tensegrity, como está demostrado por Snelson.

3.1.4.1 Propiedades estáticas y cinemáticas

El primer paso en el análisis de un conjunto de barras es la determinación de su estática y las propiedades cinemáticas. Considerando la posibilidad de un módulo Tensegrity de n módulos con p barras por módulo, construidas según el esquema anterior. Contando el número de nodos y barras en el módulo,

$$j(\text{nodos}) = 2pn$$

y,

$$b = 2p(3n - 1)$$

Sustituyendo en las formulas anteriores y c (restricciones) = 6 en la regla extendida de Maxwell, los rendimientos,

$$m(\text{mecanismos internos}) - s(\text{estado de auto-tensado}) = 2v - 6,$$

3. CONCEPTOS BÁSICOS

que son independientes del número de módulos n . Por lo tanto, bajo el supuesto de sólo un estado de auto-tensado, $s = 1$, el número de mecanismos es,

$$m = 2v - 5$$


Para la mayoría de las aplicaciones de la rigidez es importante, por lo tanto, los móstiles con tres barras por módulo son preferibles ya que tienen el menor número de mecanismos internos.

Otro aspecto es mantener el número total de barras bajo ya que comprende la mayor parte de la masa del móstil. Por lo tanto, uno podría pensar que los móstiles con dos barras por módulo serían mejor. Sin embargo, el examen más detenido de los móstiles con $p=2$ $j=4n$ de acuerdo con lo anterior pero $b=6(2n-1)$ en las caras inferior y superior, ahora sólo consistiría en un único cable cada una. La regla extendida de Maxwell de este móstil da un rendimiento de $m-s=0$, por lo tanto, el mismo número de mecanismos como el móstil de tres barras por módulo. Desde un punto de vista práctico, sería más difícil proporcionar sistemas de apoyo adecuados en la base, para este caso con dos barras por módulo. Los móstiles con tres barras por módulo tienen una base triangular, que puede ser fácilmente restringible. Se hace hincapié, por lo tanto, en los móstiles con tres barras por módulo.

3.1.4.2 Ahorro de masa

Según lo anteriormente expuesto en el apartado 3.1.3 diseño bajo cargas de compresión para un módulo simple, consideramos ahora un elemento compuesto de módulos simples sometido totalmente a carga de compresión $f(l_0)$. Debido a que $r_t=r_b=r$, de los prismas tensegrity apilados tal y como muestra la figura, se garantiza la estabilidad del total de la estructura. En este diseño, la longitud de cada unidad es $l_n = l_0/n$, donde n es el total de unidades apiladas.

Diseño del conjunto

Definimos  y repitiendo la misma operación que en el caso anterior, obtenemos



Vemos que en este diseño la masa de los cables decrece monótonamente con n pero está acotado por debajo por E . Por otro lado, la masa de las barras tiene un mínimo distinto. Después de diferenciar μ_{bn} con respecto a n , se encuentra que el número de unidades que minimiza μ_{bn} es

$$n = \frac{2}{\sqrt{3}} \sqrt{\frac{E}{\mu_{bn}}}$$

3. CONCEPTOS BÁSICOS

3.1.5 Técnica de fabricación

La aplicación práctica de los postes Tensegrity requiere una eficiente y precisa técnica de fabricación. Conceptualmente, la estructura es fácil de hacer para que los miembros a compresión no se toquen entre sí. La técnica de fabricación actual se inspira en Pugh, la ilustración del sistema de forma de diamante, la Figura 3.6. Sin embargo, debido de la diferencia intrínseca entre los cables y las barras, tanto en las propiedades del material, se decidió separar la construcción de los elementos tracción de los miembros a compresión. Esto está en contraste con la forma convencional de construcción, donde, por ejemplo, un mástil está construido de un nodo a otro y etapa por etapa.

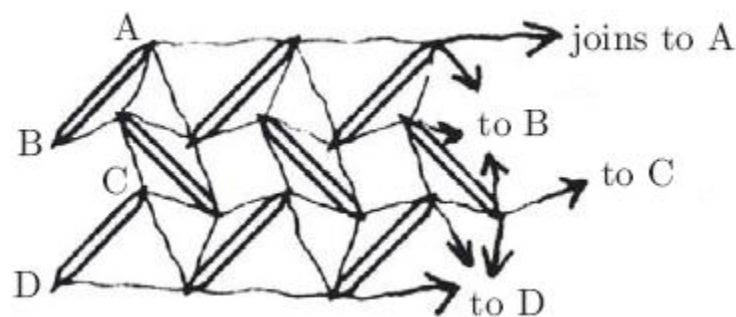


Figura 3.6: Ilustración de los sistemas de Pugh patrón de diamante para una de tres etapas, tres puntales por etapa mástil.

Una desventaja del método convencional es la dificultad de mantener la precisión requerida cuando toda la estructura tiene que ser construido en un espacio tridimensional, que en el caso de estructuras flexibles, es especialmente difícil. Una analogía directa a la propuesta para el método de fabricación es la separación de los miembros a la tracción de los de compresión. La separación de la tracción y la compresión da lugar a una mayor libertad en la manipulación de los cables flexibles. El primer paso en el procedimiento de fabricación es el mapeo de la red tridimensional de cables en una de las dos dimensiones, como lo ha hecho Pugh, sin cambiar ninguna longitud de cable. La red de cables está compuesta principalmente de triángulos conectados entre sí de una manera especial, el número de configuraciones de red es restringido. Se encontró que solo había dos configuraciones de red de cables posibles. Estas configuraciones se muestran en la Figuras B.2 (a) y (b) para un mástil de dos módulos y en las figuras B.3 (a) y (b) para un mástil de 3 módulos. Al principio, las configuraciones 1 y 2 para el mástil de dos módulos parecían iguales. Sin embargo, un análisis exhaustivo de la red 1 mostró que los cables diagonales habían cambiado su lugar por cables verticales, lo que significa que los cables de silla se habían invertido. En la configuración 2 está de acuerdo más con el diseño de la versión tridimensional de la red por cable, la figura B.1 (a).

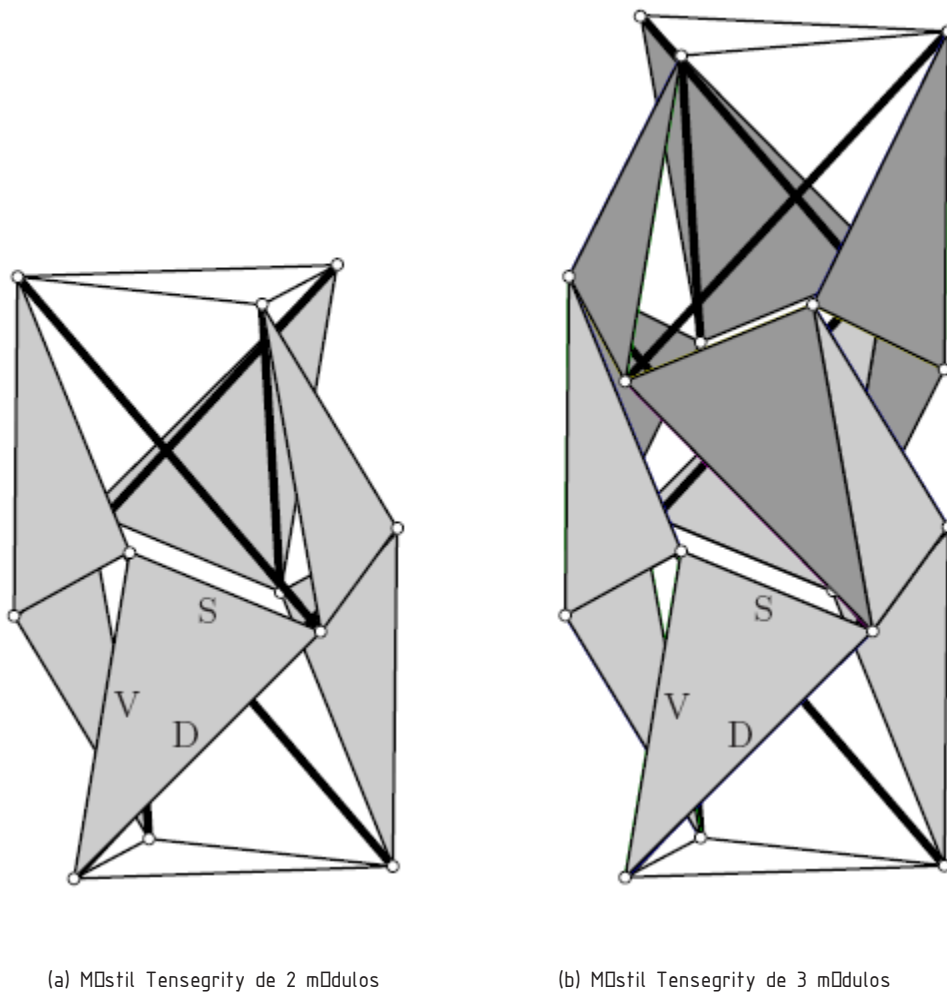
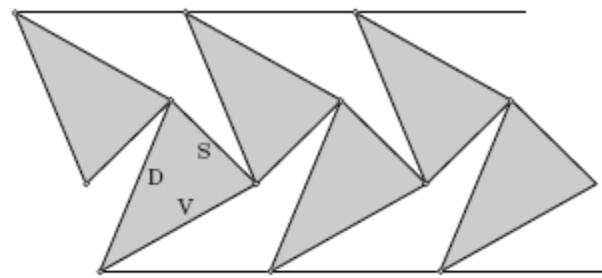
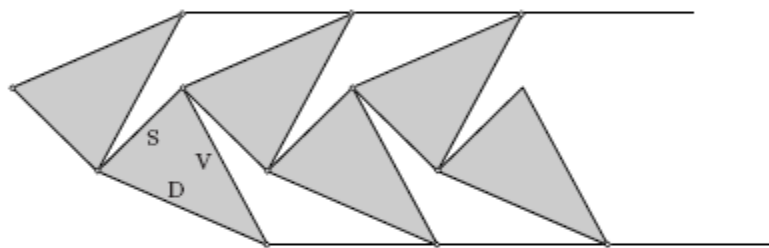


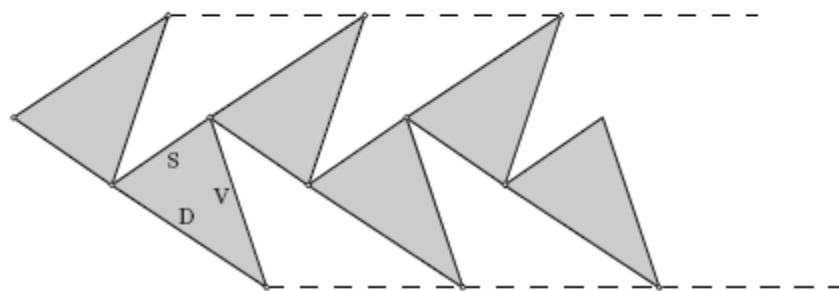
Figura B.1: Configuraciones tridimensionales para prisma Tensegrity. S es el cable de silla de montar, D el cable diagonal y V el cable vertical.



(a) Net 1

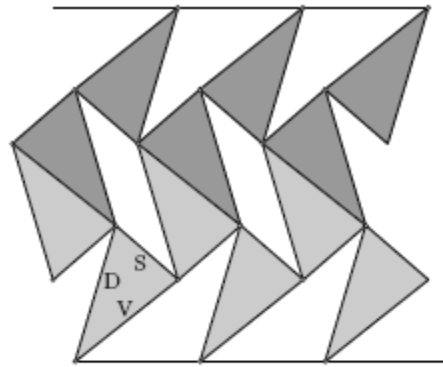


(b) Net 2

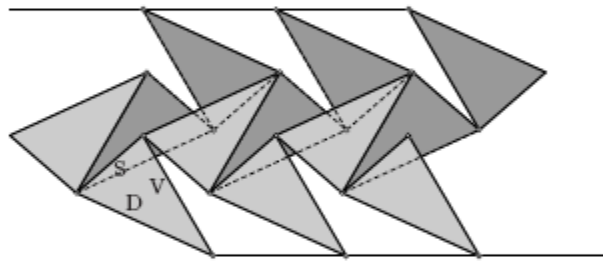


(c) Net 3

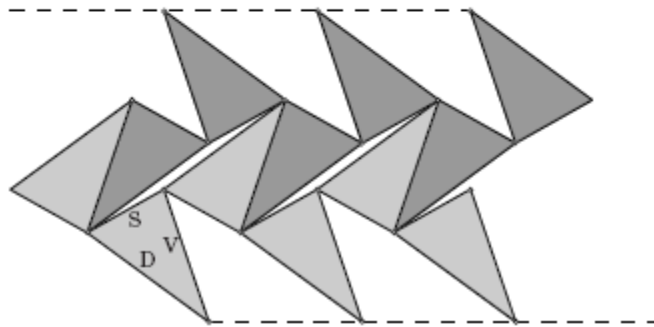
Figura B.2: Diferentes configuraciones para m stil Tensegrity de dos módulos.



(a) Net 1



(b) Net 2



(c) Net 3

Figura B.3: Diferentes configuraciones para método Tensegrity de tres módulos.

Los necesarios dos aspectos claves del método de fabricación para obtener una buena precisión para garantizar la longitud del elemento y para asegurarse de que los ángulos en la configuración en dos dimensiones no difieran demasiado de los ángulos correspondientes en tres a dimensiones. La configuración 1 puede cumplir el primer requisito, pero ciertamente no el último.

A este respecto la configuración 2 es mejor, pero todavía no es lo ideal. La distancia horizontal entre los nodos a lo largo de las sillas es idéntica a la longitud de los cables de base, lo que produce una superposición en dos dimensiones que es mayor que en tres dimensiones.

3. CONCEPTOS BÁSICOS

Para un módulo de tres módulos, este diseño ha triángulos superpuestos, la figura B.3 (b), es altamente indeseable. Al relajar el estado de conservación de longitud ligeramente, el solape en la silla de montar en la red de cable de dos dimensiones se estableció igual a ηH , figuras B.2 (c) y B.3 (c). Este valor da que la distancia entre los nodos en las bases es demasiado largo y, por tanto, no se puede construir junto con el resto de la red. Sin embargo, los triángulos entre los miembros en la red 3 deberían adaptarse mejor en tres dimensiones. Teniendo en cuenta las cuestiones de precisión, la red 3 es el diseño más adecuado.

Se ha intentado encontrar una manera de completar el trazado completo de la red con sólo uno o dos cables separados. Sin embargo, pronto se dieron cuenta que, debido a que existían más de dos nodos con un número impar de cables conectados a ellos, por simple Teoría de Grafos, era imposible usar un único cable.

4 . ESTADO DEL ARTE

4.1 Precedentes

La denominación Tensegrity la proporcionó Buckminster Fuller, quien a partir de unas propuestas escultóricas de K. Snelson desarrolló una completa metodología de generación a partir de unas unidades básicas contenidas en la patente americana 3169611, denominada "Continuous Tension, Discontinuous Compression Structures".

Su apariencia es enormemente sugestiva, puesto que las piezas más pesadas parecen flotar sostenidas por unos tenues elementos que de ningún modo semejan hacerlo.

Buckminster Fuller fue quien realmente dio transcendencia a la invención a base de sistematizarla y experimentar en formas, desde las más sencillas "simplex" hasta las más complejas y a sus aplicaciones arquitectónicas como móstiles, tubos o cúpulas todos ellos realizados en la década de los 50.

A principios de los 60 Emmerich incorporó nuevas aportaciones a esta línea.

Muchos autores se han sentido cautivados por unas propuestas aparentemente sin utilidad y han avanzado en su análisis. Citamos además de los pioneros a Motz, Hanaor, Berger y Levy, aparte de otros que se han acercado tangencialmente con propuestas escultóricas, como Sanchez Cuenca.

Los Tensegritys han sido durante cuarenta años un sueño estructural no realizado y casi parecían relegadas a la utopía cuando en sólo diez años se han materializado en toda su grandeza en algunas de las más osadas propuestas.

4.2 Tipologías

a) Simplex

Los simplex fueron establecidos por Emmerich como resultado de tensar vértices alternados de un antiprisma de número creciente de caras. Con estas unidades es con las que se han creado algunas de las composiciones más conocidas. Dependiendo del número de caras del antiprisma pueden ir ampliándose. El mostil puesto en horizontal forma tubos.

La estabilidad de estas estructuras se consigue con la tensión simultánea de todos los cables equivalentes. Con la tensión aislada de un solo cable el conjunto se deforma asimétricamente.

4. ESTADO DEL ARTE

El cálculo de los simplex y su apilamiento es relativamente elemental con un programa que incluya esfuerzos de pretensado.

Con los simplex también se forman conjuntos superficiales, sobre todo planos y cilíndricos. En este sentido son bien conocidas las investigaciones de Motro mientras que las de Hanaor se desarrollan en formas esféricas.

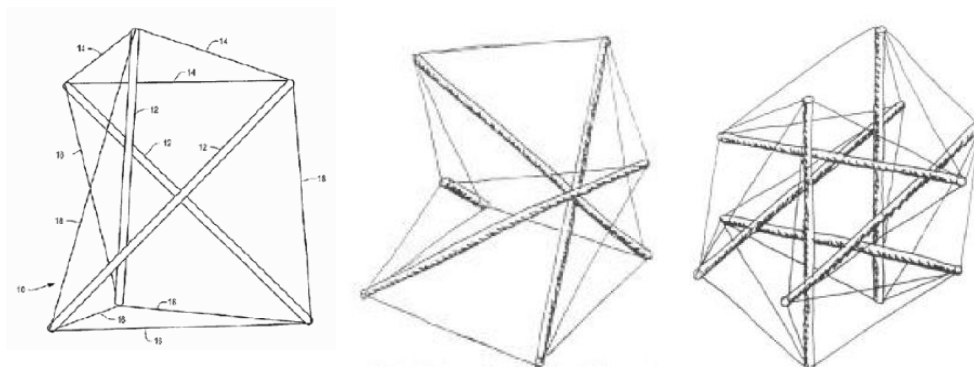


Figura 4.1: Modelos Simplex

b) Poliedros

Otra forma de construir Tensegrity es a partir de poliedros de toda índole.

La figura más sencilla de este tipo es la que origina el Octaedro en que el unas barras que apuntalan vértices opuestos tienen un punto común central. Si el octaedro no es regular, este punto común desaparece.

A partir del octaedro expandido se crea una figura de seis miembros enormemente rígida. Como la casuística es tan amplia Pugh ha planteado una clasificación que ayuda bastante a comprender la generación.

- 1) Configuración Rómbica: Se corresponde al patrón diamante. Su nombre responde al modo en que está construido, pues cada barra representa la diagonal mayor de un rombo cuyos cuatro lados son cables, quedando dicho rombo plegado siguiendo el eje definido por esa barra
- 2) Configuración en "Circuitos": Los componentes comprimidos están formados por grupos de barras, adyacentes una tras otra por sus extremos hasta cerrar un circuito. Se obtiene plegando totalmente los rombos generados por las varillas cables de la configuración rómbica, hasta cerrarlos y crear este nuevo patrón.
- 3) Configuración en "Zigzag" o "Tipo Z": Cuando tomamos como base un sistema rómbico, si los cables con cambios de posición de tal forma que formen una Z con tres tendones no alineados, se obtiene la configuración den "zigzag". Es importante remarcar que la

4. ESTADO DEL ARTE

substitución de los cables ha de realizarse de forma coherente para preservar la estabilidad del sistema.

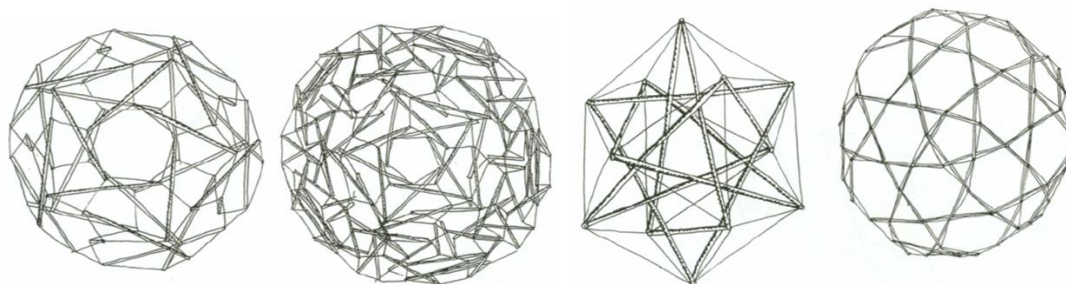


Figura 4.2: Modelos de Poliedros

c) Mallas de suspensión

En 1974 Fuller patentó la denominada cúpula de suspensión en la que influyó algunos de los siguientes ejemplos:

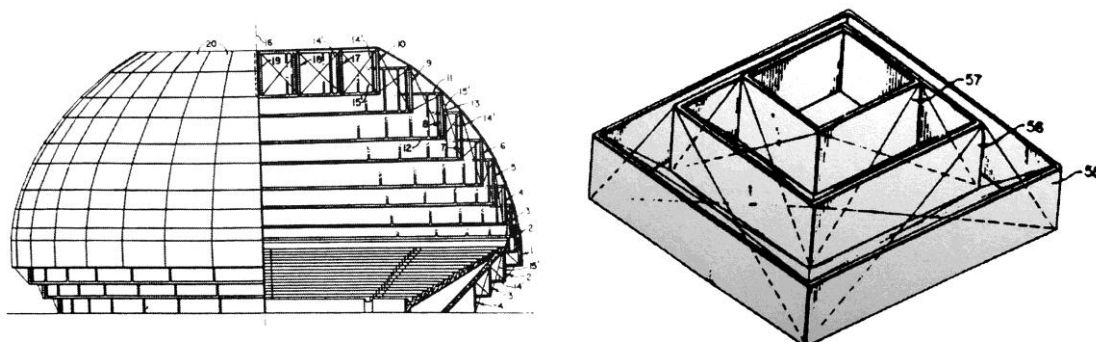


Figura 4.3: Primera cúpula y pirámide de Fuller de suspensión.

En realidad estamos ante unas celosías de cables y barras similares a las vistas anteriormente. Estas estructuras, que pueden no estar trianguladas, basan su rigidez en un estado de esfuerzos previos de autopretensión el conjunto y que, lógicamente, transmiten fuertes tracciones a los apoyos. La combinación espacial de estas celosías puede crear mallas capaces de cubrir grandes luces. La combinación espacial de las celosías planas da lugar a diferentes configuraciones de mallas.

Los siguientes ejemplos muestran otro tipo de celosía pretensada que permite un levantamiento de los elementos estructurales en el interior del recinto. Por eso se denomina de "suspensión". El cable inferior no cruza el vano cuando hacemos la composición espacial de las mallas, puesto que se convierte en un anillo.

4. ESTADO DEL ARTE

Las celosías compuestas como meridianos sobre un casquete esférico y sustituyendo los tirantes horizontales por anillos daría una estructura rígida, también desarrollada por Fuller como una estructura de doble capa.

Estas mallas tienen una gran versatilidad y permiten casi cualquier tipo de patroneado sobre cualquier otra superficie convexa.

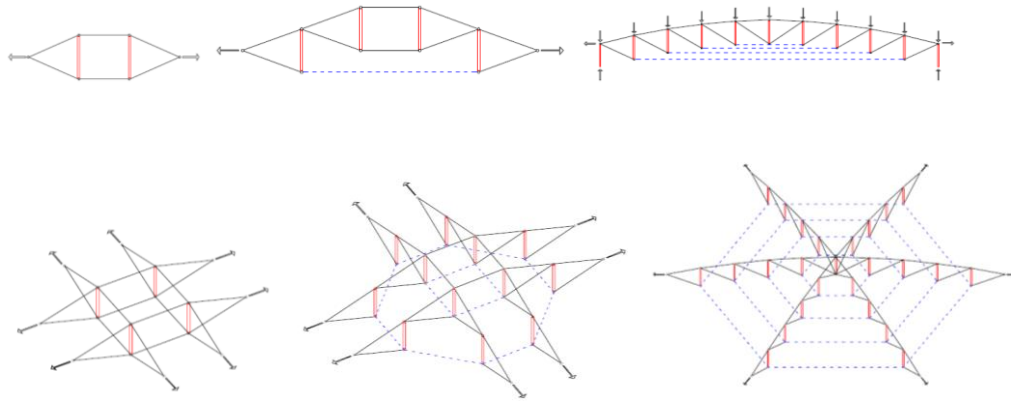


Figura 4.4: Mallas de suspensión

4.3 Realizaciones

- 1) El artista contemporáneo estadounidense Kenneth Snelson (1927 -) ha inventado las estructuras Tensegrity en 1948 desarrollando una asombrosa colección de obras de arte expuestas en museos y parques de todo el mundo. El tamaño y la fuerza de sus estructuras se logran con rígidos bastones y cuerdas a través de tracciones y compresiones

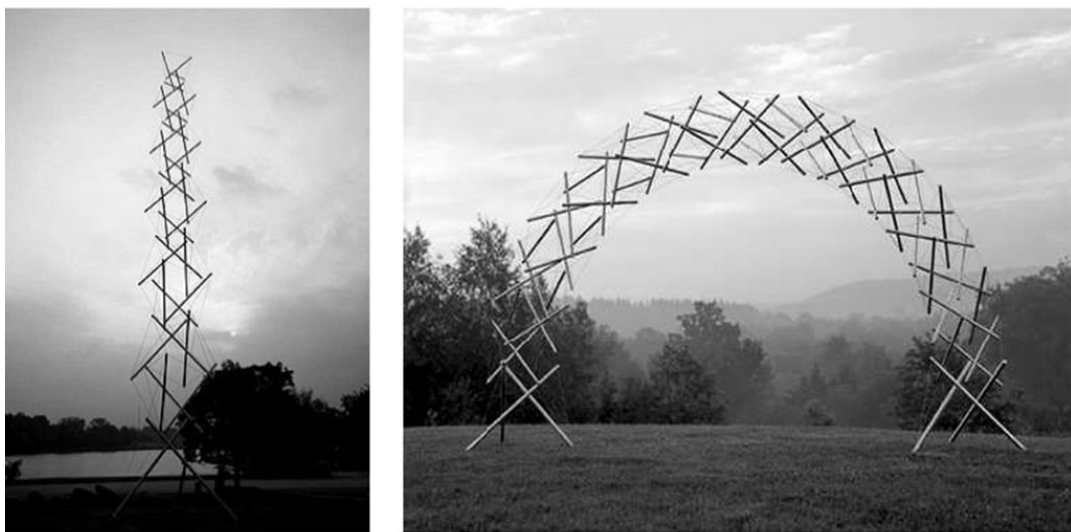


Figura 4.5: Modelos de Kenneth Snelson

4. ESTADO DEL ARTE

2) Aviario en el Zoo de Londres 1960-1963 (Frank Newby)

El Northern Aviary más conocido como el Snowdon Aviary es el más grande y espectacular de esta tipología. Se ubica en el rango de los típicos expresionistas del London Zoo junto al Pabellón del Rinoceronte y el de los elefantes. Esta construcción fue pionera por dos aspectos: es una gran estructura tensionada y está hecha en aluminio. Es un temprano ejemplo de los aviarios con recorrido interno, su paisajismo está integrado con el sistema de circulaciones del Zoo de manera que el público pueda tener acercamientos al sistema de hábitats de las aves.

Fue diseñado por Frank Newby ante los requerimientos de un aviario con recorrido interno por la zona norte del Zoo cerca al canal de Regent para aprovechar la vista desde el canal y poder aprovechar al máximo el espacio interno flotante del aviario. Los modelos y cálculo se hicieron por computadora.

El aviario mide cerca de 45 m. por 63 m. con una altura máxima de 24 m. Como muchos de otros aviarios, la malla está hecha de metal. Los parantes de aluminio son tubulares y están en equilibrio con la ayuda de cables de acero.

Para el concepto estructural se partió de un esquema tensionado por medio del contrapeso de dos estructuras tetraédricas de acero que son erguidas por los tubos de aluminio. Sin la ayuda de los cables de acero que cubren la luz del aviario de extremo a extremo, los tetraedros simplemente se caerían. Son cuatro tetraedros con una altura de 17 m. cada uno, son dos por lado y cuelgan por parejas de los puntales de aluminio. El puntal de aluminio se orienta en sentido inverso al de los tetraedros de manera que contrarreste la tensión de los cables que tiran para el extremo opuesto y se amarran de los otros dos tetraedros, los mismos que están suspendidos por otros dos tubos de aluminio. Los tubos de aluminio están articulados en la base por medio de pilares de concreto anclados al terreno natural.

Los cables estructurales miden 1" de diámetro y contienen a manera de bastidor a las mallas de metal que cierran el espacio del aviario. Cada malla mide de 3 a 6 m. de largo por 4 a 2 metros de ancho.

La circulación pública se orienta sobre la base de dos ejes centrales los mismos que se quiebran para permitir mejores perspectivas internas del recorrido, el mismo que se materializa en un puente de concreto con madera. El tablero del puente es usado como canal de agua para las diversas fuentes del aviario.

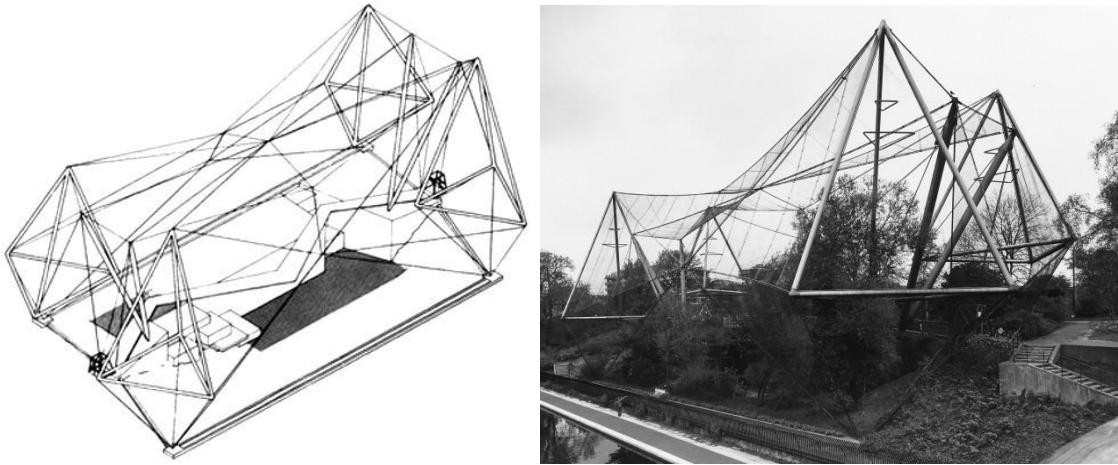


Figura 4.6: Aviario de Londres

3) Pabellón de EEUU. Expo 67. 1967 (Buckminster Fuller)

Buckminster Fuller se prodigó en numerosos ensayos para diseñar cúpulas geodésicas Tensegrity y patentó alguno de sus trabajos relacionados con este tema. Sin embargo, la aplicación definitiva del Tensegrity a los diversos campos de la tecnología no fue tan satisfactoria como el inventor estadounidense hubiera deseado: nunca fue capaz de proyectar la cúpula Tensegrity que cubriera toda una ciudad, como preconizó que haría; y además se vio forzado por las circunstancias, principalmente económicas, a construir una “burbuja” de la Expo’67 en Montreal como una cúpula geodésica sin poder emplear los fundamentos Tensegrity que tenía previstos. Según Hanaor (1987), esta concepción formal puede aplicarse cuando las luces a salvar son relativamente pequeñas puesto a que a mayor radio, la curvatura decrece y por lo tanto los componentes comprimidos entran en contacto entre sí



Figura 4.7: Cúpula Tensegrity de Fuller

4. ESTADO DEL ARTE

4) The Crown Coliseum, Fayetteville, North Carolina. 1994 (Geiger)

En 1994, la Convention Authority of Cumberland County North Carolina, EE.UU., decidió construir un lugar de 13.000 asientos como una adición a su complejo de exhibición en la ciudad de Fayetteville. Los arquitectos del proyecto, Odell Associates Inc. de Charlotte, Carolina del Norte., desarrollaron una instalación con un plano de la sala circular. Se planteó una estructura de cubierta a modo de malla de suspensión de geometría circular para ofrecer la mejor combinación de economía y características arquitectónicas. El techo opaco combinado con la economía favorable del empleo de materiales convencionales y técnicas de construcción. El diámetro total de la taza de asiento de arena y por lo tanto el techo es del 99,7 m. El techo tiene 3 aros de tensión. La cubierta está segmentada en 18 radios en forma de secciones.

El sistema de malla de suspensión es intencionalmente "inderdeterminada" a fin de aprovechar la redistribución geométrica de las cargas no uniformes. La disposición de los elementos, cables y barras se modificó un poco en este diseño. El anillo de compresión perimetral es una armadura cónica. Los paneles del techo siguen la superficie creada por los. Las diagonales exteriores pasan a través de la superficie del techo donde puede anclarse a la cuerda superior del anillo de la armadura. El vínculo más externo de la cresta de cable se extiende desde la parte superior del mástil a la cuerda inferior de la armadura de compresión de anillo a fin de que los cables de cresta y las diagonales exteriores terminen en un panel de puntos sobre la armadura anillo.

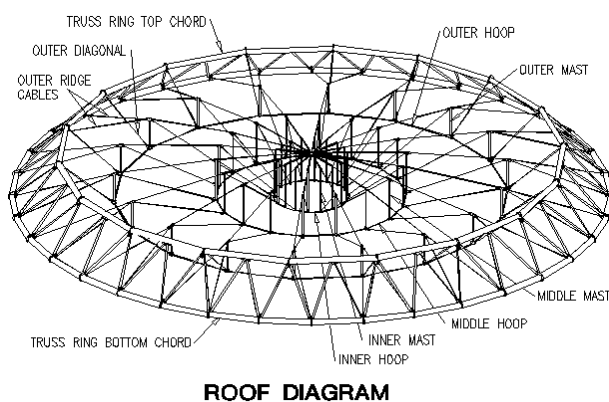


Figura 4.8: Crown Coliseum

5) Conjunto de Seúl para las Olimpiadas 1986 (Geiger)

Las cubiertas que abrieron este abanico de posibilidades son las planteadas por Geiger para las olimpiadas de Seul en 1986. En el pequeño pabellón de lucha y en el gimnasio se aprovechó la misma modulación para conseguir dos dimensiones distintas. Los mástiles flotantes en este caso son todos de la misma longitud con lo que se consigue una gran economía de construcción.

En cuanto al montaje se aprecia el proceso que empieza en "1" con los mástiles apoyados en el suelo y una pequeña tracción en la catenaria. El conjunto se va tensando mediante la aplicación de fuerzas en los paralelos desde los exteriores hasta los centrales.

4. ESTADO DEL ARTE

En "6" se parecía cual es el estado de los esfuerzos por estabilización del pretensado. En "7" y "8" se ven los esfuerzos que desarrollan las acciones de nieve o viento. De "6", "7" y "8" estableceremos las combinaciones adecuadas de esfuerzos para el dimensionamiento final. En el caso del pabellón de Lucha los esfuerzos son los mismo descontando el último anillo en que aparecen las barras "e" y los cables "a" y "j".

El pabellón grande tiene una capacidad de 15000 espectadores sentados y la estructura está formada, además de un fuerte anillo de borde en celosía de perfiles de acero por mstiles flotantes $\phi 680\text{mm}$ y cables continuos.

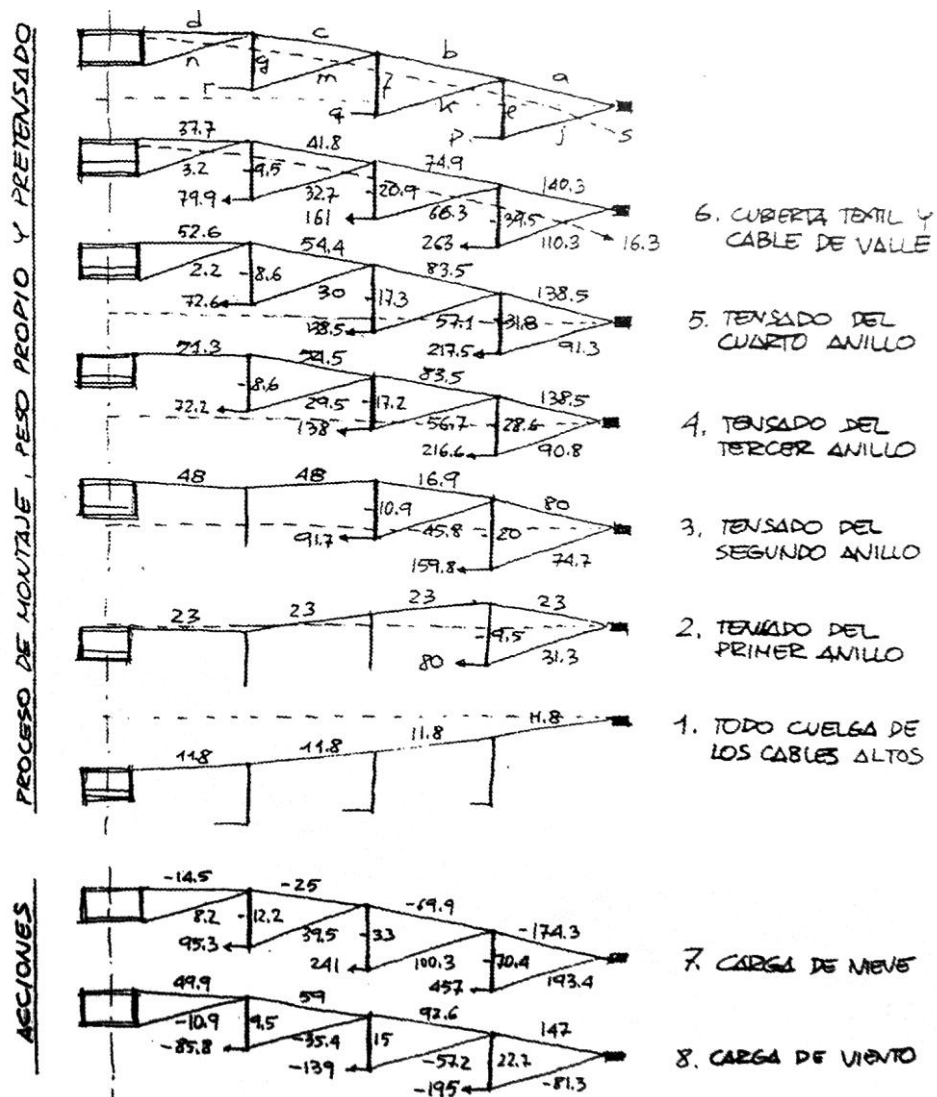


Figura 4.9: Esfuerzos de montaje y finales

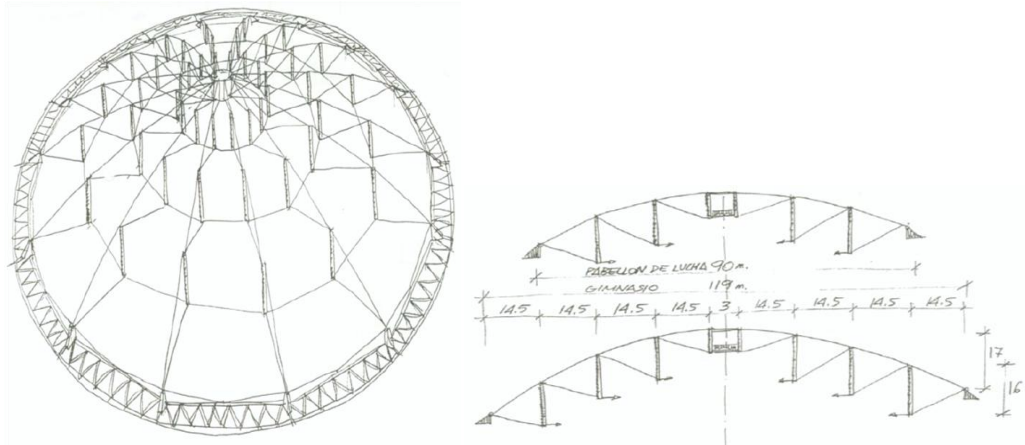


Figura 4.10: Esquemas del gimnasio

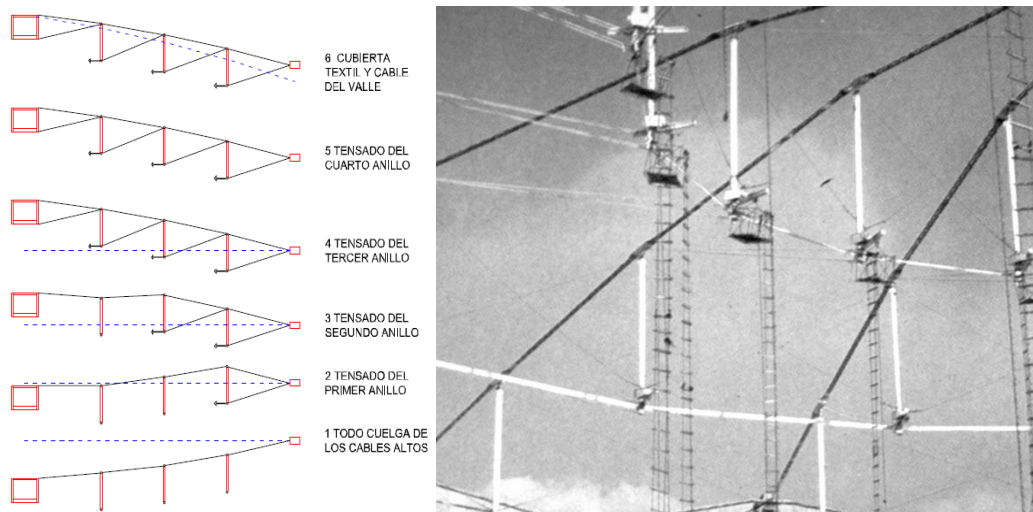


Figura 4.11: Vista interior

6) Suncoast dome en S. Petersburg, Florida. 1990 (Geiger)

Este caso es una extrapolación diseñada también Geiger en 1990 para cubrir un estadio de béisbol para 43000 espectadores sentados en 210m de luz libre sobre 34635m². La cubierta, en este caso, está tensada sobre un anillo de hormigón que sirve de deambulatorio superior del cerramiento con 5,5m de anchura. Este anillo está inclinado 6,5° y se apoya sobre 24 soportes de hormigón de entre 55m y 31m de altura, tanto como celosías convergen, radialmente desde el anillo hasta la clave.

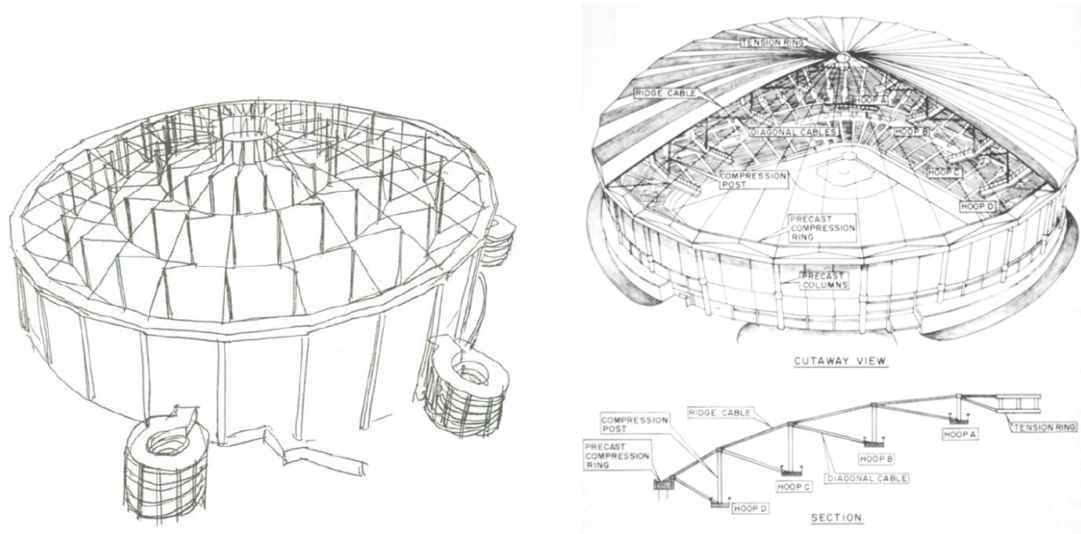


Figura 4.12: Suncoast Dome

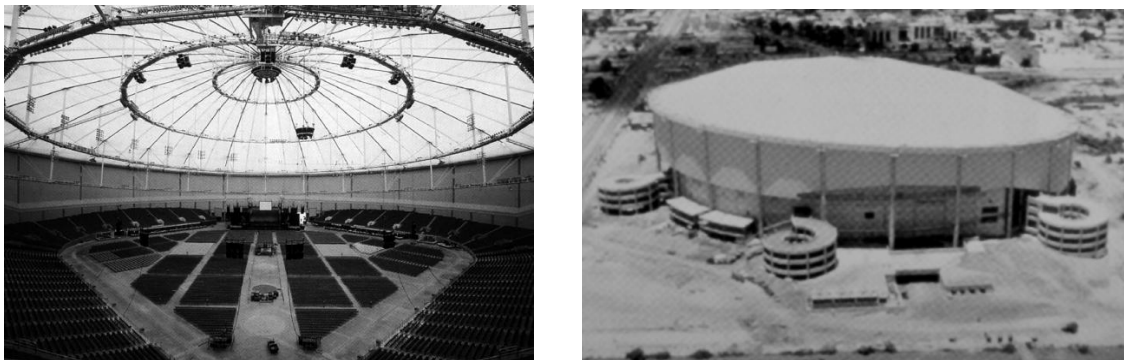


Figura 4.13: Vistas Suncoast Dome

7) Georgia dome en Atlanta 1996 (Levy)

En este caso, la cubierta tiene una malla de base elíptica de $240 \times 193 \text{ m}^2$ anclada a un anillo perimetral sobre 52 soportes. La cubierta tiene hacia el interior tres escalones, dando un facetado exterior rímbico, alabeado, que se cubrió con paños textiles en paraboloides hiperbólicos. El diseño es de Matthys Levy y las instalaciones se construyeron para los juegos olímpicos de Atlanta de 1996 y los mundiales de fútbol de 1994.

La estructura de esta envergadura está formada por elementos de grandes dimensiones y así las barras flotantes tienen hasta 24m de longitud y 0,6m de diámetro y los cables 100m de diámetro, procurando que, en los conectores del remate de las barras, con un peso aproximado de 2 toneladas, no concurrieran más de cuatro cables.

El proceso de montaje es bastante aleccionador de las ventajas que pueden tener este tipo de estructuras. En la fase 1 tenemos la malla superior de cables colgando libremente hasta apoyar en la pista. En la fase 2 se muestra el tensado desde el anillo superior de compresión

4. ESTADO DEL ARTE

hasta que todos los tramos de cables han tomado su longitud definitiva. 52 gatos hacen este proceso, con una carga de 10Tn cada uno, hasta que la cercha rígida central esté a una altura tal que imponga un esfuerzo mayor.

En este momento comienza la fase 3 levantando la cercha mediante grúas.

En la fase 4 situamos la primera fila de mástiles flotantes dos a dos ayudándonos de grúas que los levanten. Cuando están todos colocados se tensa el primera anillo de tracción interior, dejando estabilizado el primer tramo.

Las fases 5 y 6 son una repetición de las 3 y 4 para el segundo anillo, lo mismo que las 7 y 8, aunque esta última tiene ciertas peculiaridades de cierre que no se aprecian en el gráfico longitudinal.

Los paneles textiles alabeados se colocan cuando todo este proceso ha terminado.

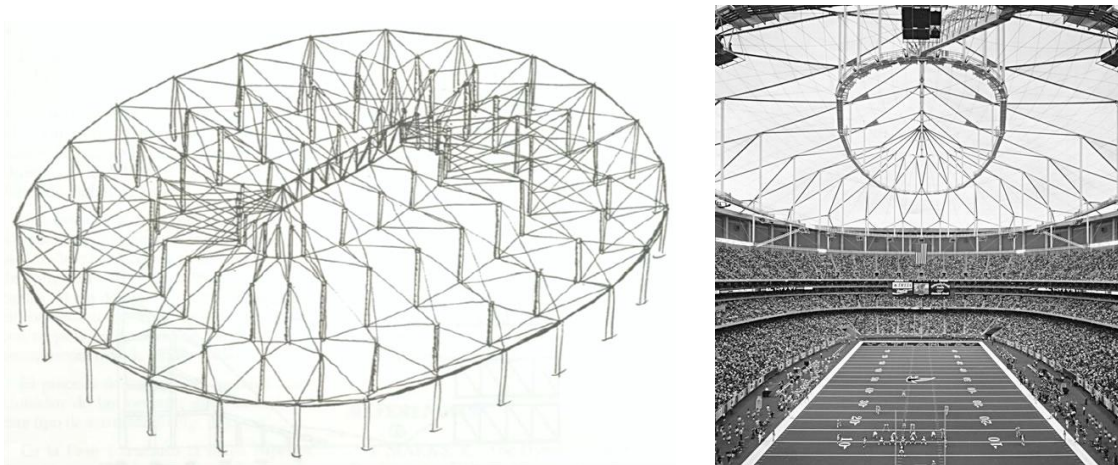


Figura 4.14: Georgia Dome

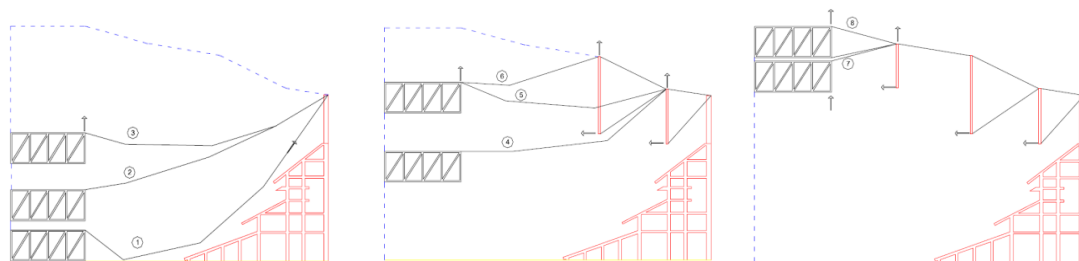


Figura 4.15: Proceso de montaje

8) Cubierta del edificio EXPO'92 en Sevilla (Ricardo Aroca)

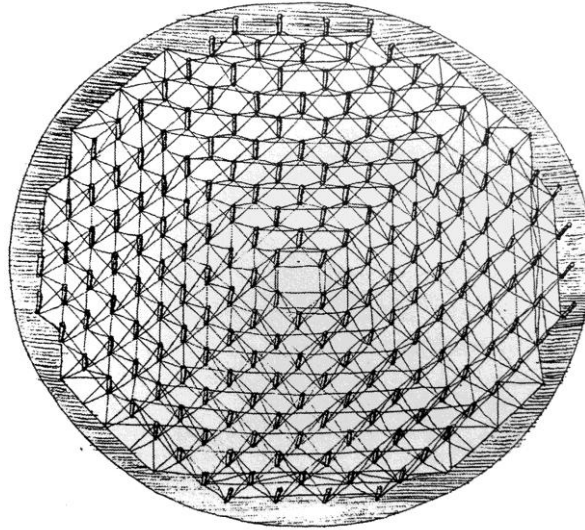


Figura 4.16: Cubierta del edificio EXPO'92 en Sevilla

9) Cubierta retráctil de la plaza de toros de Jaén 1998 (Escrig y Sánchez)

Este proyecto de Escrig y Sánchez de 1998 consiste en cubrir una superficie circular de 80m de diámetro mediante un anillo de 20m fijo y una parte central de diámetro 40m móvil.

Para ello se ha utilizado una cúpula de suspensión sumamente sencilla puesto que sólo hay un mástil flotante central al que convergen todos los cables de suspensión.



Figura 4.17: Plaza de toros de Jaén

4.4 Columnas Tensegrity de múltiples módulos

4.4.1 Antecedentes

Desde la patente de Snelson E.E.U.U. "Estructuras de tracción continua y de compresión discontinua" de 1965, se han descrito estructuras Tensegrity de alta complejidad a partir de módulos simples. Una de estas estructuras es un mástil con tres barras por módulo.

Se conocen dos modos de generar columnas Tensegrity apilando módulos simples. El primer método es apilar prismas simples alternando giros hacia la derecha y hacia la izquierda, lo que permite que los módulos se superpongan. Este procedimiento genera columnas Tensegrity de Clase 1, que es el tipo de estructuras que Snelson utiliza para su obra (figura 4.17). El segundo método es apilar los prismas simples siempre hacia el mismo sentido, sin ninguna superposición, y donde se va transmitiendo la continuidad entre barras. Esto produce columnas Tensegrity de Clase 2 (figura 4.18). Fuller también presenta un mástil tetraédrico en su patente de 1962 Fuller, donde el mástil tiene barras que se conectan de un módulo a otro (figura 4.19). Tanto las columnas de Clase 2 como el mástil tetraédrico de Fuller son menos interesantes desde el punto espacial, ya que no potencian la discontinuidad de barras entre módulos, lo que las hace un poco menos impresionantes que las columnas Tensegrity de Clase 1.

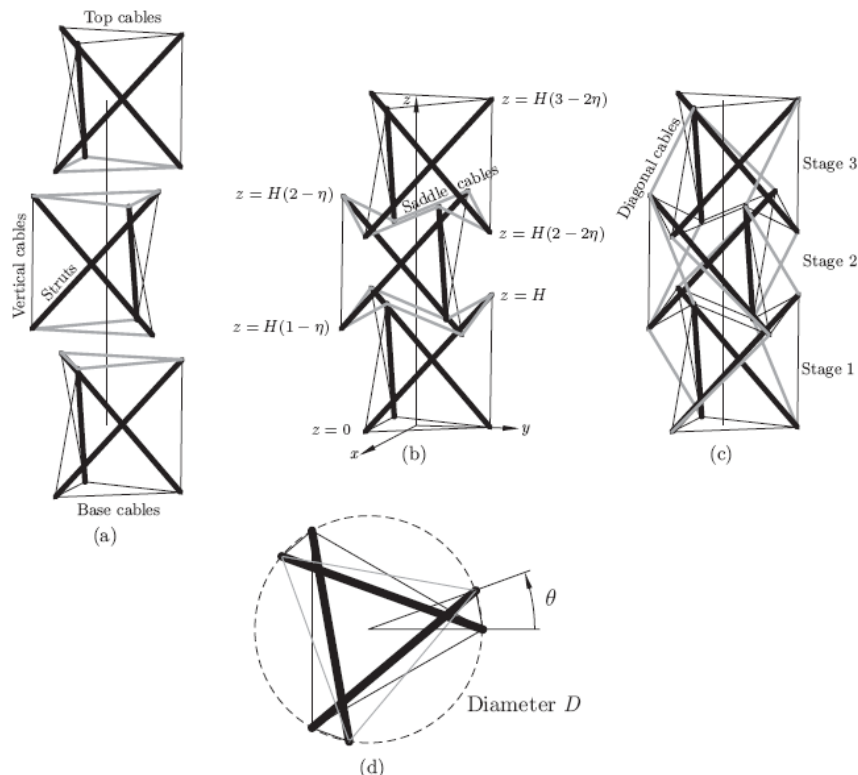


Figura 4.17: Montaje de una torre Tensegrity de tres módulos de tres barras, con módulos Tensegrity básicos: (a) 3 módulos son (b) montados por sustitución de los cables de las bases con cables a modo de silla de montar y finalmente (c) la inclusión de cables diagonales para el pretensado de la estructura. La base superior de los módulos superior e inferior se gira un ángulo α respecto de la base inferior. El módulo medio se gira en sentido antihorario con el mismo ángulo.

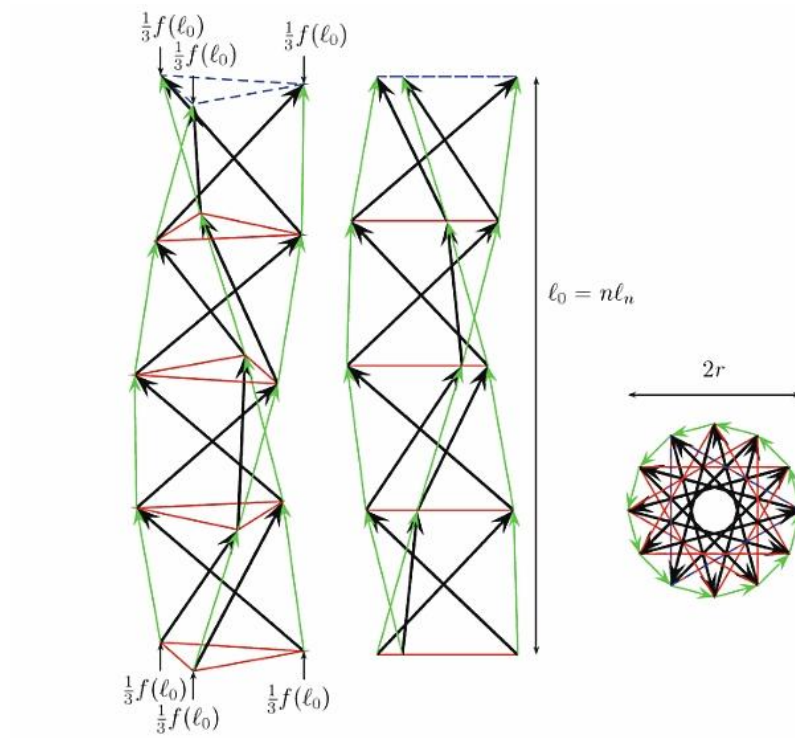


Figura 4.18: Columna Tensegrity Clase 2 compuesta por módulos simples con rotación derecha.

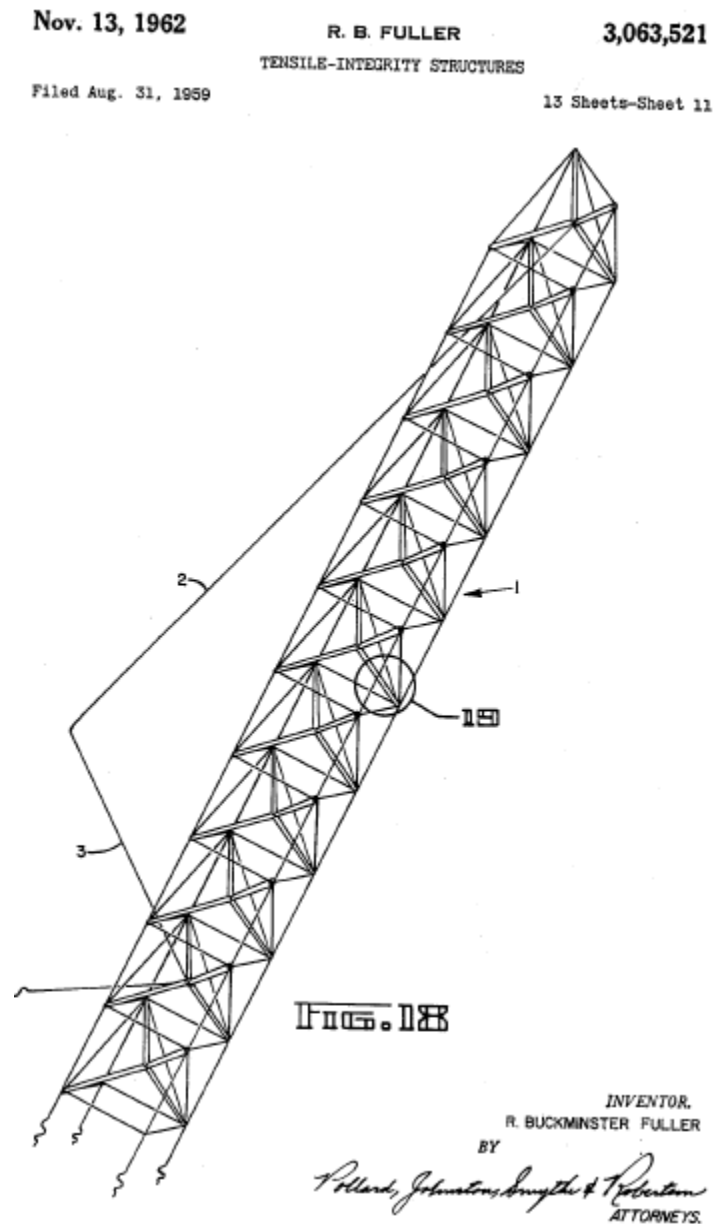


Figura 4.19: Estructura Tensegrity. Patente 3063521, Estados Unidos, 1962. Archivo 31 Agosto 1959, Concedido el 13 de Noviembre de 1962.

4.5 Búsqueda de la forma

Snelson ha construido móstiles Tensegrity de gran complejidad durante varias décadas. Las condiciones matemáticas de la existencia de una configuración pretensada son, para la mayoría de estos móstiles, desconocida. Sultón presenta los primeros tratados matemáticos del móstil Tensegrity de Snelson de múltiples módulos con tres barras por módulo. Poco después, Nishimura presenta soluciones de forma cerrada para la configuración en equilibrio de antenas Tensegrity de varios módulos con p -barras por módulo.

4.5.1 M0stil Tensegrity de dos plantas.

4.5.2 M stiles Tensegrity de múltiples módulos

Para el análisis de m stiles con un gran número de módulos, por ejemplo 100, se sugiere un enfoque numérico basado en el método de fuerza. Por lo tanto, la tarea es encontrar el solape η que hace que la matriz equilibrio singular, es decir, $\det H(\eta) = 0$. Este enfoque, que fue implementado por el autor H. Y. E. Pak, comienza con un valor inicial para η . En lugar de aplicar una sofisticada rutina de búsqueda, que también puede fallar, se aplica una rutina más rudimentaria, basada en los sucesivos intervalos bi-corte, cf. [19]. La convergencia es lenta pero estable. Pueden haber varios valores de solape, lo que da una determinante cero, pero sólo uno con el pretensado correcta. Hay que tener cuidado, por tanto, en la elección del intervalo inicial. Este enfoque puede no ser la forma más elegante de encontrar las configuraciones iniciales de equilibrio, pero sin embargo, da la solución correcta. Las

4. ESTADO DEL ARTE

configuraciones de equilibrio para los mstiles con hasta 50 módulos se pueden calcular con este método numérico mejorado. Los valores de superposición de estos mstiles se dan en la Tabla 4.1 y en la Figura 4.20 se muestra una representación gráfica de estos valores. Se observa que la superposición disminuye con el número de módulos. El estado de auto-tensado también cambia con n y θ . El hecho de que la superposición disminuya con el número de etapas puede no ser ideal desde un el punto de vista de fabricación ya que no se pueden añadir nuevos módulos sin cambiar la geometría de la torre completa.

Tabla 4.1

n	θ									
	0	1	2	3	4	5	6	7	8	9
2	.50000	.48861	.47709	.46544	.45365	.44170	.42959	.41730	.40482	.39213
3	.41667	.40632	.39590	.38542	.37485	.36420	.35344	.34258	.33159	.32047
4	.38564	.37579	.36588	.35592	.34590	.33580	.32563	.31536	.30499	.29451
5	.36987	.36028	.35065	.34097	.33123	.32143	.31156	.30160	.29155	.28140
6	.36053	.35110	.34163	.33212	.32255	.31293	.30323	.29346	.28359	.27364
7	.35445	.34513	.33577	.32637	.31691	.30740	.29782	.28816	.27842	.26858
8	.35025	.34100	.33172	.32239	.31301	.30357	.29407	.28449	.27483	.26508
9	.34721	.33802	.32878	.31951	.31018	.30080	.29135	.28183	.27223	.26254
10	.34494	.33578	.32658	.31735	.30806	.29872	.28931	.27983	.27028	.26063
11	.34319	.33406	.32489	.31568	.30643	.29712	.28774	.27830	.26877	.25915
12	.34181	.33270	.32356	.31437	.30514	.29585	.28650	.27708	.26758	.25799
13	.34070	.33161	.32249	.31332	.30411	.29484	.28551	.27611	.26662	.25705
14	.33980	.33072	.32162	.31247	.30327	.29401	.28470	.27531	.26584	.25629
15	.33905	.32999	.32090	.31176	.30257	.29333	.28403	.27465	.26520	.25565
16	.33843	.32938	.32029	.31117	.30199	.29276	.28346	.27410	.26465	.25512
17	.33791	.32886	.31978	.31067	.30150	.29227	.28299	.27363	.26420	.25467
18	.33746	.32842	.31935	.31024	.30108	.29186	.28258	.27323	.26381	.25429
19	.33707	.32804	.31898	.30987	.30072	.29151	.28224	.27289	.26347	.25396
20	.33674	.32771	.31866	.30955	.30040	.29120	.28193	.27260	.26318	.25367
21	.33645	.32743	.31837	.30928	.30013	.29093	.28167	.27234	.26292	.25343
22	.33619	.32718	.31813	.30903	.29989	.29070	.28144	.27211	.26270	.25321
23	.33597	.32696	.31791	.30882	.29968	.29049	.28123	.27191	.26250	.25301
24	.33577	.32676	.31772	.30863	.29950	.29031	.28105	.27173	.26233	.25284
25	.33559	.32659	.31754	.30846	.29933	.29014	.28089	.27157	.26217	.25269
26	.33543	.32643	.31739	.30831	.29918	.28999	.28075	.27143	.26203	.25255
27	.33529	.32629	.31725	.30817	.29905	.28986	.28062	.27130	.26191	.25243
28	.33516	.32616	.31713	.30805	.29892	.28974	.28050	.27119	.26180	.25232
29	.33505	.32605	.31701	.30794	.29882	.28964	.28040	.27108	.26169	.25221
30	.33494	.32594	.31691	.30784	.29872	.28954	.28030	.27099	.26160	.25212
31	.33484	.32585	.31682	.30775	.29863	.28945	.28021	.27090	.26151	.25204
32	.33476	.32576	.31673	.30766	.29854	.28937	.28013	.27082	.26144	.25196
33	.33468	.32568	.31666	.30759	.29847	.28929	.28006	.27075	.26137	.25189
34	.33460	.32561	.31658	.30752	.29840	.28923	.27999	.27069	.26130	.25183
35	.33454	.32554	.31652	.30745	.29833	.28916	.27993	.27062	.26124	.25177
36	.33447	.32548	.31646	.30739	.29828	.28911	.27987	.27057	.26119	.25172
37	.33441	.32543	.31640	.30734	.29822	.28905	.27982	.27052	.26113	.25167
38	.33436	.32537	.31635	.30729	.29817	.28900	.27977	.27047	.26109	.25162
39	.33431	.32532	.31630	.30724	.29812	.28896	.27973	.27042	.26104	.25158
40	.33427	.32528	.31626	.30719	.29808	.28891	.27968	.27038	.26100	.25154

4. ESTADO DEL ARTE

41	.33422	.32524	.31622	.30715	.29804	.28887	.27964	.27034	.26096	.25150
42	.33418	.32520	.31618	.30711	.29800	.28884	.27961	.27031	.26093	.25146
43	.33415	.32516	.31614	.30708	.29797	.28880	.27957	.27027	.26090	.25143
44	.33411	.32513	.31611	.30705	.29793	.28877	.27954	.27024	.26086	.25140
45	.33408	.32509	.31608	.30701	.29790	.28874	.27951	.27021	.26084	.25137
46	.33405	.32506	.31605	.30698	.29788	.28871	.27948	.27018	.26081	.25134
47	.33402	.32504	.31602	.30696	.29785	.28868	.27946	.27016	.26078	.25132
48	.33399	.32501	.31599	.30693	.29782	.28866	.27943	.27013	.26076	.25129
49	.33397	.32498	.31597	.30691	.29780	.28863	.27941	.27011	.26074	.25127
50	.33394	.32496	.31594	.30688	.29778	.28861	.27939	.27009	.26071	.25125

n	θ									
	10	11	12	13	14	15	16	17	18	19
2	.37921	.36605	.35261	.33889	.32485	.31045	.29567	.28046	.26477	.24856
3	.30920	.29777	.28615	.27434	.26231	.25003	.23748	.22464	.21146	.19790
4	.28390	.27316	.26226	.25119	.23993	.22846	.21676	.20481	.19256	.17999
5	.27113	.26074	.25020	.23951	.22864	.21758	.20631	.19480	.18302	.17095
6	.26357	.25338	.24305	.23258	.22194	.21112	.20010	.18885	.17735	.16556
7	.25864	.24858	.23839	.22806	.21757	.20690	.19603	.18495	.17362	.16203
8	.25522	.24525	.23516	.22492	.21452	.20396	.19320	.18223	.17102	.15955
9	.25274	.24283	.23280	.22263	.21231	.20181	.19113	.18024	.16911	.15773
10	.25088	.24101	.23103	.22091	.21063	.20019	.18956	.17873	.16767	.15635
11	.24943	.23961	.22966	.21957	.20934	.19893	.18835	.17756	.16654	.15528
12	.24830	.23850	.22857	.21852	.20831	.19794	.18738	.17663	.16565	.15442
13	.24738	.23760	.22770	.21766	.20748	.19713	.18661	.17588	.16492	.15373
14	.24663	.23687	.22698	.21697	.20680	.19647	.18597	.17526	.16433	.15315
15	.24601	.23626	.22639	.21639	.20624	.19593	.18543	.17474	.16383	.15268
16	.24549	.23575	.22590	.21590	.20577	.19547	.18499	.17431	.16341	.15227
17	.24505	.23532	.22547	.21549	.20536	.19507	.18461	.17394	.16306	.15193
18	.24468	.23496	.22511	.21514	.20502	.19474	.18428	.17363	.16275	.15164
19	.24435	.23464	.22480	.21484	.20472	.19445	.18400	.17335	.16249	.15138
20	.24407	.23436	.22453	.21457	.20447	.19420	.18375	.17311	.16226	.15116
21	.24383	.23412	.22430	.21434	.20424	.19398	.18354	.17291	.16205	.15096
22	.24361	.23391	.22409	.21414	.20404	.19379	.18335	.17272	.16188	.15079
23	.24342	.23373	.22391	.21396	.20387	.19361	.18318	.17256	.16172	.15064
24	.24325	.23356	.22375	.21380	.20371	.19346	.18304	.17241	.16158	.15050
25	.24310	.23341	.22360	.21366	.20357	.19333	.18290	.17229	.16145	.15038
26	.24297	.23328	.22347	.21353	.20345	.19320	.18278	.17217	.16134	.15027
27	.24285	.23316	.22336	.21342	.20334	.19309	.18268	.17206	.16124	.15017
28	.24274	.23305	.22325	.21331	.20323	.19300	.18258	.17197	.16114	.15008
29	.24264	.23296	.22315	.21322	.20314	.19291	.18249	.17188	.16106	.15000
30	.24255	.23287	.22307	.21314	.20306	.19282	.18241	.17181	.16098	.14993
31	.24247	.23279	.22299	.21306	.20298	.19275	.18234	.17173	.16092	.14986
32	.24239	.23271	.22292	.21299	.20291	.19268	.18227	.17167	.16085	.14980
33	.24232	.23265	.22285	.21292	.20285	.19262	.18221	.17161	.16079	.14974
34	.24226	.23258	.22279	.21286	.20279	.19256	.18215	.17155	.16074	.14969
35	.24220	.23253	.22273	.21281	.20274	.19251	.18210	.17150	.16069	.14964
36	.24215	.23247	.22268	.21276	.20269	.19246	.18205	.17146	.16064	.14959
37	.24210	.23243	.22263	.21271	.20264	.19241	.18201	.17141	.16060	.14955
38	.24205	.23238	.22259	.21267	.20260	.19237	.18197	.17137	.16056	.14951
39	.24201	.23234	.22255	.21262	.20256	.19233	.18193	.17133	.16053	.14948
40	.24197	.23230	.22251	.21259	.20252	.19230	.18190	.17130	.16049	.14944

4. ESTADO DEL ARTE

41	.24193	.23226	.22247	.21255	.20249	.19226	.18186	.17127	.16046	.14941
42	.24190	.23223	.22244	.21252	.20245	.19223	.18183	.17124	.16043	.14938
43	.24187	.23220	.22241	.21249	.20242	.19220	.18180	.17121	.16040	.14936
44	.24184	.23217	.22238	.21246	.20240	.19217	.18177	.17118	.16038	.14933
45	.24181	.23214	.22235	.21243	.20237	.19215	.18175	.17116	.16035	.14931
46	.24178	.23211	.22233	.21241	.20234	.19212	.18173	.17113	.16033	.14928
47	.24176	.23209	.22230	.21238	.20232	.19210	.18170	.17111	.16031	.14926
48	.24173	.23207	.22228	.21236	.20230	.19208	.18168	.17109	.16029	.14924
49	.24171	.23204	.22226	.21234	.20228	.19206	.18166	.17107	.16027	.14922
50	.24169	.23202	.22224	.21232	.20226	.19204	.18164	.17105	.16025	.14921

8

n	20	21	22	23	24	25	26	27	28	29
2	.23175	.21428	.19604	.17694	.15682	.13552	.11282	.08842	.06191	.03273
3	.18393	.16948	.15449	.13889	.12258	.10543	.08731	.06802	.04730	.02480
4	.16706	.15372	.13992	.12559	.11064	.09499	.07850	.06102	.04232	.02212
5	.15855	.14577	.13256	.11887	.10462	.08972	.07405	.05748	.03981	.02078
6	.15347	.14101	.12816	.11484	.10100	.08655	.07138	.05536	.03830	.01997
7	.15013	.13788	.12525	.11218	.09861	.08445	.06961	.05394	.03730	.01943
8	.14778	.13568	.12321	.11031	.09692	.08296	.06834	.05294	.03658	.01904
9	.14606	.13406	.12170	.10892	.09566	.08186	.06740	.05219	.03604	.01876
10	.14475	.13283	.12055	.10786	.09470	.08101	.06668	.05160	.03563	.01853
11	.14373	.13187	.11965	.10703	.09395	.08033	.06610	.05114	.03529	.01835
12	.14291	.13110	.11893	.10636	.09334	.07979	.06564	.05077	.03502	.01820
13	.14225	.13047	.11834	.10581	.09284	.07935	.06526	.05046	.03480	.01808
14	.14170	.12995	.11785	.10536	.09242	.07898	.06494	.05020	.03461	.01798
15	.14125	.12952	.11744	.10498	.09207	.07866	.06467	.04997	.03445	.01789
16	.14086	.12915	.11709	.10465	.09178	.07840	.06443	.04978	.03431	.01782
17	.14053	.12883	.11680	.10438	.09152	.07817	.06423	.04962	.03419	.01775
18	.14025	.12856	.11654	.10414	.09130	.07797	.06406	.04948	.03408	.01769
19	.14001	.12833	.11632	.10393	.09111	.07779	.06391	.04935	.03399	.01764
20	.13979	.12813	.11612	.10375	.09094	.07764	.06377	.04924	.03391	.01759
21	.13960	.12795	.11595	.10358	.09079	.07750	.06365	.04914	.03383	.01755
22	.13944	.12779	.11580	.10344	.09065	.07738	.06354	.04905	.03376	.01751
23	.13929	.12764	.11567	.10331	.09054	.07727	.06345	.04897	.03370	.01748
24	.13916	.12752	.11555	.10320	.09043	.07717	.06336	.04889	.03365	.01745
25	.13904	.12741	.11544	.10310	.09033	.07709	.06328	.04883	.03360	.01742
26	.13893	.12730	.11534	.10300	.09025	.07701	.06321	.04877	.03355	.01739
27	.13884	.12721	.11525	.10292	.09017	.07693	.06315	.04871	.03351	.01737
28	.13875	.12713	.11517	.10285	.09010	.07687	.06309	.04866	.03347	.01735
29	.13867	.12705	.11510	.10278	.09003	.07681	.06303	.04862	.03344	.01733
30	.13860	.12698	.11503	.10271	.08997	.07675	.06298	.04858	.03341	.01731
31	.13854	.12692	.11497	.10265	.08992	.07670	.06294	.04854	.03338	.01729
32	.13848	.12686	.11492	.10260	.08987	.07666	.06290	.04850	.03335	.01727
33	.13842	.12681	.11486	.10255	.08982	.07661	.06286	.04847	.03332	.01726
34	.13837	.12676	.11482	.10251	.08978	.07657	.06282	.04844	.03330	.01724
35	.13832	.12671	.11477	.10246	.08974	.07654	.06279	.04841	.03327	.01723
36	.13828	.12667	.11473	.10243	.08970	.07650	.06276	.04838	.03325	.01722
37	.13824	.12663	.11470	.10239	.08967	.07647	.06273	.04835	.03323	.01720
38	.13820	.12659	.11466	.10236	.08964	.07644	.06270	.04833	.03321	.01719
39	.13817	.12656	.11463	.10232	.08961	.07641	.06268	.04831	.03320	.01718
40	.13813	.12653	.11460	.10230	.08958	.07639	.06265	.04829	.03318	.01717

4. ESTADO DEL ARTE

41	.13810	.12650	.11457	.10227	.08955	.07636	.06263	.04827	.03316	.01716
42	.13808	.12647	.11454	.10224	.08953	.07634	.06261	.04825	.03315	.01715
43	.13805	.12645	.11452	.10222	.08951	.07632	.06259	.04823	.03314	.01714
44	.13802	.12642	.11449	.10220	.08948	.07630	.06257	.04822	.03312	.01714
45	.13800	.12640	.11447	.10218	.08946	.07628	.06255	.04820	.03311	.01713
46	.13798	.12638	.11445	.10216	.08944	.07626	.06254	.04819	.03310	.01712
47	.13796	.12636	.11443	.10214	.08943	.07624	.06252	.04817	.03309	.01711
48	.13794	.12634	.11441	.10212	.08941	.07623	.06251	.04816	.03308	.01711
49	.13792	.12632	.11440	.10210	.08939	.07621	.06249	.04815	.03307	.01710
50	.13790	.12630	.11438	.10209	.08938	.07620	.06248	.04813	.03306	.01710

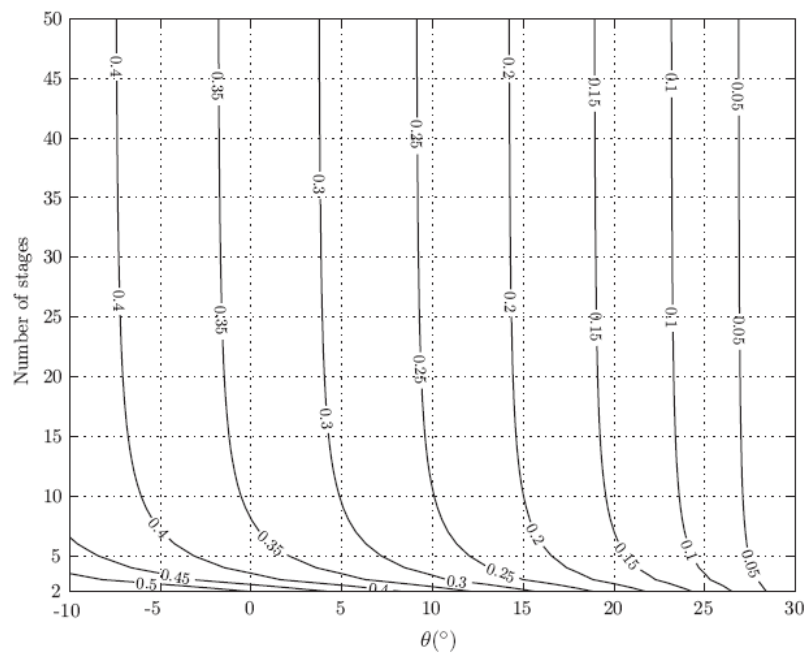


Figura 4.20: Las líneas de contorno de las dimensiones de superposición η para mástiles tensegrity de varios módulos con tres barras por módulo.

En la investigación de los mástiles tensegrity de múltiples módulos, Nishimura considera que a pesar de todo los grupos de simetría se utilizan para simplificar la condición de pretensado, se puede obtener una solución no analítica de los mástiles con más de cuatro módulos usando un software corriente. Nishimura entonces investiga una clase de mástiles tensegrity con el mismo auto-tensado para los módulos interiores independientemente del número de módulos. Un módulo interior se define como cualquier módulo, excepto el primero y el último del mástil [18]. Recordar que para una rotación relativa de θ , la superposición η disminuye en proporción a medida que aumenta el número de módulos, en la Figura 4.20. Al tener diferentes ángulos de rotación para el interior y para los módulos primero y último, Nishimura demuestra que es posible mantener una constante de solape para cualquier número de módulos.

La geometría de un mástil tensegrity cilíndrico de múltiples módulos con el mismo auto-tensado para los módulos interiores y una altura constante de módulo ($H = H^*$) se describe por tres parámetros [18]: el ángulo de rotación del primer y último módulo θ , el ángulo de rotación de los módulos interiores θ^* , y la superposición η ($= \eta^*$). Tenga en cuenta que el ángulo de rotación al segundo módulo y del segundo a los últimos módulos es el mismo que el de los

4. ESTADO DEL ARTE

módulos interiores. Para los módulos interiores, la relación entre la superposición η^* y la rotación relativa θ^* es [18].

$$\frac{\eta^*}{\theta^*} = \frac{1}{2} \left(\frac{R_1}{R_1'} + \frac{R_2}{R_2'} \right) \quad (18)$$

Si $\theta^*=0$,

$$\frac{\eta^*}{\theta^*} = \frac{1}{2} \left(\frac{R_1}{R_1'} + \frac{R_2}{R_2'} \right)$$

Mientras que $\eta^*=0$

$$\theta^* = \frac{1}{2} \left(\frac{R_1}{R_1'} + \frac{R_2}{R_2'} \right)$$

que es idéntica a la rotación relativa de un prisma tensegrity con $i = 1$.

Después de encontrar el solape interior, la rotación relativa del primer y último módulo posteriormente se determina mediante la solución, de manera simbólica o numéricamente, de la ecuación característica de una matriz de 7×7 . Sin embargo, Micheletti muestra que la rotación de los módulos finales se encuentra realmente utilizando la condición de pretensado para el mástil de dos módulos. Para encontrar la geometría de un mástil tensegrity cilíndrico con tensión interior uniforme, se especifica θ^* para encontrar η^* . Entonces θ se calcula con (4,5) con $R_1 = R_1'$. Tenga en cuenta que es posible diseñar mástiles de múltiples módulos con $\theta=\theta^*$ y η constante, pero de los nodos de estos mástiles no todos se encuentran en la superficie del cilindro; Los radios de la base y la cara superior tienen que cambiar de acuerdo con (4,5), es decir, $R_1/R_1' \neq 1$. Por ejemplo, $\theta=\theta^*=0$ da

$$\frac{R_1}{R_1'} = \frac{R_2}{R_2'}$$

Los mástiles tensegrity de múltiples módulos de Nishimura son más adecuados para aplicaciones donde las fuerzas son relativamente uniformes a lo largo del mástil.

5. OBJETIVOS

5.1 Objetivos generales

Clásicamente, los sistemas espaciales reticulados se calculan con una hipótesis de pequeñas deformaciones y desplazamientos que conducen a una modelización lineal de su comportamiento, que generalmente se considera como suficiente. Para algunos casos, dependiendo de las características mecánicas de los elementos, el nivel de las acciones exteriores y especificaciones estructurales, hay que tener en cuenta otras hipótesis tanto para el comportamiento de los materiales (elasticidad no lineal, elastoplasticidad, etc...) y para la magnitud de los desplazamientos y deformaciones. Los cálculos asociados son conocidos como no-lineales y se pueden dividir en análisis no-lineal geométrico y análisis no-lineal material.

Los sistemas Tensegrity, son una sub-clase de sistemas espaciales reticulados, ya que pueden ser definidos de la siguiente manera: "Sistemas espaciales reticulados en un estado de tensión. Todos sus componentes son rectilíneos y de tamaño equivalente. Los elementos tensionados (cables) no tienen rigidez a compresión y constituyen un conjunto continuo, los elementos comprimidos (barras) no tienen rigidez a tracción y constituyen un conjunto discontinuo".

Su rigidez es el resultado de un auto-tensado que estabiliza mecanismos infinitesimales. Estas estructuras presentan dos particularidades. La primera está relacionada con posibles aplicaciones de los estados de auto-tensado para un resultado geométrico específico en un proceso de búsqueda de la forma.

La investigación de estos estados se ha desarrollado simultáneamente con los mecanismos de determinación infinitesimales por Pellegrino y Calladine. Su trabajo se basa en el análisis de la matriz de equilibrio, donde también ha demostrado que los mecanismos pueden ser, en algunos casos, estabilizados por estados de tesado. Vassart presentó un algoritmo que permite determinar el orden de todos los mecanismos.

La segunda particularidad de estos sistemas se refiere a la magnitud de los desplazamientos, que pueden ser grandes, incluso si las deformaciones son pequeñas.

Un análisis completo del sistema de Tensegrity comprende tres pasos; el primero es encontrar la forma (sin carga adicional, ni pretensado), el segundo se refiere a la aplicación del tesado y el último al estudio del comportamiento bajo acciones exteriores.

La búsqueda de la forma lleva a la geometría en equilibrio en estado natural en reposo sin pretensado. Este paso no es el objetivo de este trabajo. La aplicación de tesado debe verificar que el nodo está en equilibrio. Una vez que se conocen las tensiones de los diferentes

5. OBJETIVOS

elementos, se sigue un simple procedimiento para su ejecución: las longitudes de los cables resultantes deben ser más pequeñas que las distancias geométricas entre los correspondientes nudos de acuerdo con la tipología de la estructura.

El propósito de este trabajo es estudiar el comportamiento de columnas Tensegrity cuando se someten a varios tipos de acciones. Para analizar el comportamiento estructural, se aplica un método de cálculo basado en el análisis de no-linealidad geométrica.

A continuación se analiza el comportamiento característico de un prisma Tensegrity de seis módulos y tres barras por módulo, en diferentes estados de pretensado, sometido a acciones de tracción, compresión y flexión, donde podremos ver la influencia del nivel de pretensado en el comportamiento del sistema estructural.

5.1.1 Estudio del ahorro de masa para un prisma Tensegrity

Antes de iniciar la el análisis estructural, es interesante estudiar la influencia de la configuración geométrica del prisma, tanto en su comportamiento estructural, como en el ahorro de masa.

Siguiendo la formulación descrita en el apartado 3.2.2.2 sobre el ahorro de masa, se estudian las diferentes relaciones de ahorro en función de las siguientes variables, para un prisma Tensegrity de $p=3$ i diferentes módulos.

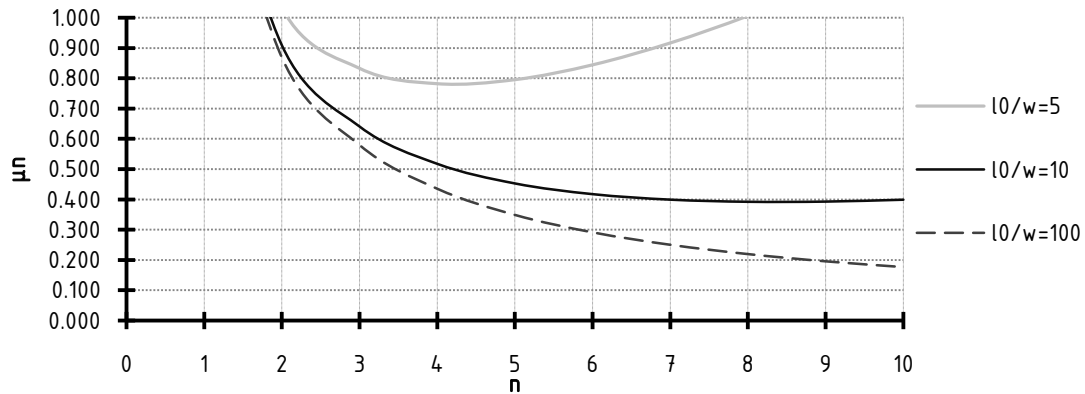
—

EJEMPLO 1

El gráfico relaciona μ_n en función de n para un prisma Tensegrity, donde las diferentes curvas indican varios valores de l_0/w y $E=0.001$.

Valores μ_n	L_0/w		
	5	10	100
n			
1	1.815	1.753	1.733
2	1.033	0.908	0.867
3	0.833	0.640	0.579
4	0.782	0.517	0.435
5	0.795	0.452	0.348
6	0.844	0.417	0.291
7	0.917	0.399	0.250
8	1.006	0.392	0.219
9	1.109	0.392	0.195
10	1.224	0.399	0.176

5. OBJETIVOS

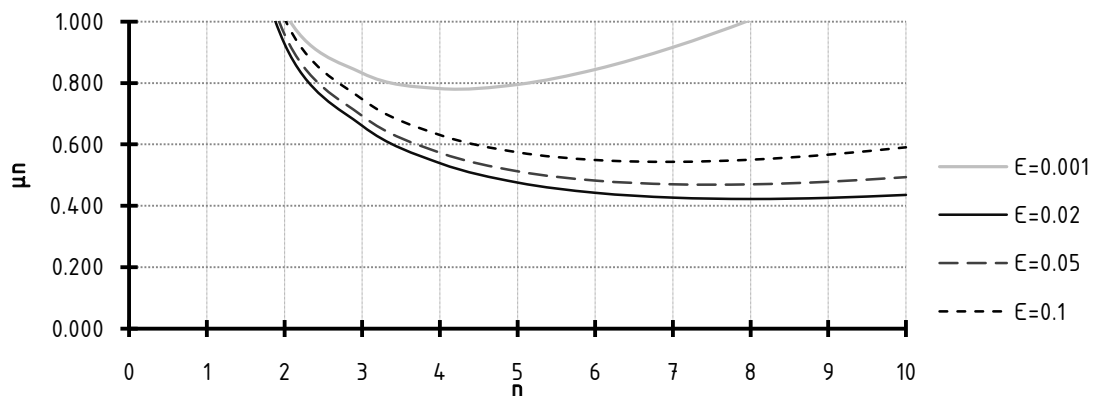


Vemos, como ya se había discutido anteriormente, que se necesita $n \geq 2$ para obtener ahorro de masa. El mínimo global para $l_0/w=10$ es $\mu_n=0.392$ para $n=8$. El ahorro de masa para valores pequeños de l_0/w se da para n pequeños pero no son tan impresionantes.

EJEMPLO 2

El gráfico a continuación muestra μ_n en función de n para un prisma Tensegrity de 3 barras por módulo, las curvas indican los valores de E . En el caso $E=0.05$, n^* es 8 que a la vez resulta ser una precisa estimación de los mínimos globales.

Valores μ_n	E			
n	0.001	0.02	0.05	0.10
1	1.815	1.773	1.803	1.853
2	1.033	0.928	0.959	1.011
3	0.833	0.661	0.693	0.748
4	0.782	0.539	0.573	0.631
5	0.795	0.476	0.513	0.575
6	0.844	0.442	0.483	0.550
7	0.917	0.427	0.470	0.544
8	1.006	0.422	0.470	0.550
9	1.109	0.426	0.479	0.567
10	1.224	0.436	0.494	0.591



5. OBJETIVOS

En el ejemplo anterior, n^* parece ser una estimación precisa de los mínimos globales. Esto es también fácil de relacionar con l_0/w . Motivados con esto calculamos el límite superior de ganancia de masa óptima mediante la sustitución de n^* en

$$\frac{1}{2} \frac{E}{w} \frac{l_0}{w} \frac{1}{n^*}$$

A fin de obtener

$$\frac{1}{2} \frac{E}{w} \frac{l_0}{w} \frac{1}{n^*}$$

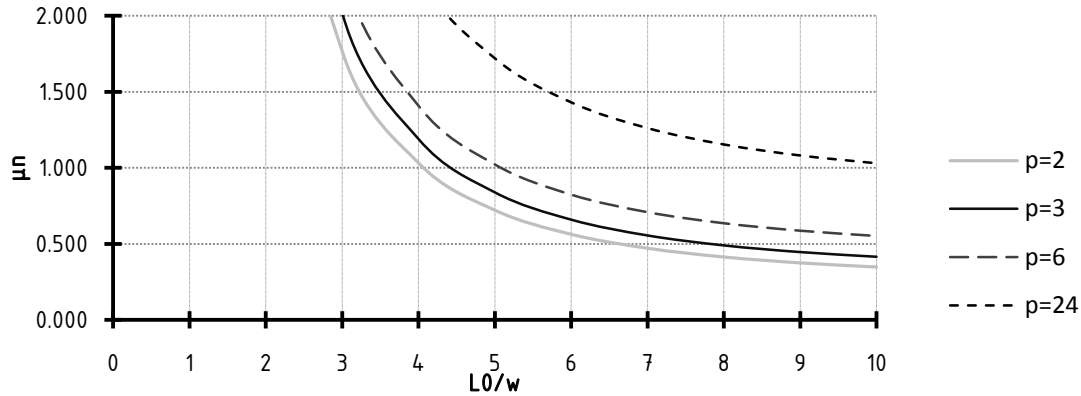
Esta fórmula es notable y muestra que la ganancia de masa óptima es lineal en E y que los componentes de masa debido a los cables (el término multiplicado por E) es independiente del número de barras por prisma p . También, para un valor de p , la ganancia de masa óptima es inversamente proporcional al ratio l_0/w .

EJEMPLO 3

El gráfico siguiente muestra μn^* en función de l_0/w para un prisma Tensegrity de p -barras, donde las curvas son los valores de p . Vemos que por donde corta el eje $\mu n=0$ del gráfico para un valor de p hay un cierto ratio necesario para ahorrar masa.

Valores μn	p			
L0/w	2	3	6	24
1	21.546	24.249	26.323	37.492
2	4.201	4.759	5.287	7.813
3	1.767	2.019	2.313	3.581
4	1.032	1.190	1.407	2.280
5	0.721	0.839	1.022	1.721
6	0.563	0.660	0.823	1.431
7	0.471	0.556	0.708	1.262
8	0.413	0.491	0.635	1.154
9	0.375	0.447	0.586	1.082
10	0.348	0.416	0.552	1.030

5. OBJETIVOS



5.1.2 Análisis estructural de modelo teórico

Varios estudios, hablan de las posibilidades de los módulos Tensegrity como estructuras ligeras, desplegables, pero no hacen una comparación con los actuales módulos de despliegue. Para probar la aplicabilidad de manera satisfactoria de los postes Tensegrity como estructuras de despliegue eficientes, debe ser comparado con un módulo realizado y exitoso. Recordemos que los módulos Tensegrity con tres barras por módulo son cinemáticamente indeterminados. Su rigidez por lo tanto depende del nivel de pretensado. Sin embargo, es posible eliminar los mecanismos infinitesimales del módulo Tensegrity mediante la adición de cables, de tal manera que triangula por completo el módulo de base.

En la rutina actual de generación del módulo, uno de los valores de entrada es la longitud de la barra. Para generar un módulo con una longitud de módulo determinada, se debe encontrar la relación entre el módulo y la longitud del puntal. Para un módulo de n módulos con tres barras por módulo, la longitud de los tubos, l_s , para valores determinados de diámetro D del módulo, la longitud del módulo H_{bay} , el ángulo de rotación θ y la superposición η , se calcula como:

$$l_s = \left(\frac{D^2}{4} (2 + \cos \theta^* + \sqrt{3} \sin \theta^*) + \frac{H_{bay}^2}{\left[1 - \eta \left(1 - \frac{1}{n} \right) \right]^2} \right)^{1/2}.$$

La longitud de las barras de los módulos finales de un módulo con fuerzas interiores uniformes de las se encuentra mediante el establecimiento de $\theta^* = \theta$.

Para los siguientes estudios tomamos como modelo un prima Tensegrity formado por 6 módulos y con 3 barras por módulo, con tres valores diferentes de ángulo de rotación $\theta=10^\circ/20^\circ/30^\circ$.

Para la generación de módulo, se ha establecido de entrada el lado del polígono regular del módulo básico de 1m y la altura del módulo de 1m. Lo que ya establece el valor del radio del prisma y la longitud de las barras.

5. OBJETIVOS

Para cada uno de los 3 modelos se han tomado los valores de superposición dados según la tabla 4.1, que serán distintos para diferentes ángulos de rotación. Estos valores de superposición generaran un móstil con una altura determinada, figura 5.1.

Datos generales		Datos Cables	
Nº barras	18	Tipo cable	1x19 mm (12mm) Inox
Nº cables	81	Módulo Elástico	1380 T/cm ²
Nº nudos	36	Área cable	0.86 cm ²
Altura del módulo	1 m	Densidad	7.85 T/m ³
Nº barras/módulo	3	Datos Cables	
Radio	0.577 m	Tipo perfil	Ø90.4 S235
Nº módulos	6	Módulo Elástico	2100 T/cm ²
Lado Triángulo	1 m	Área barra	10.807 cm ²
Peso total	267.26 Kg	Densidad	7.85 T/m ³

5. OBJETIVOS

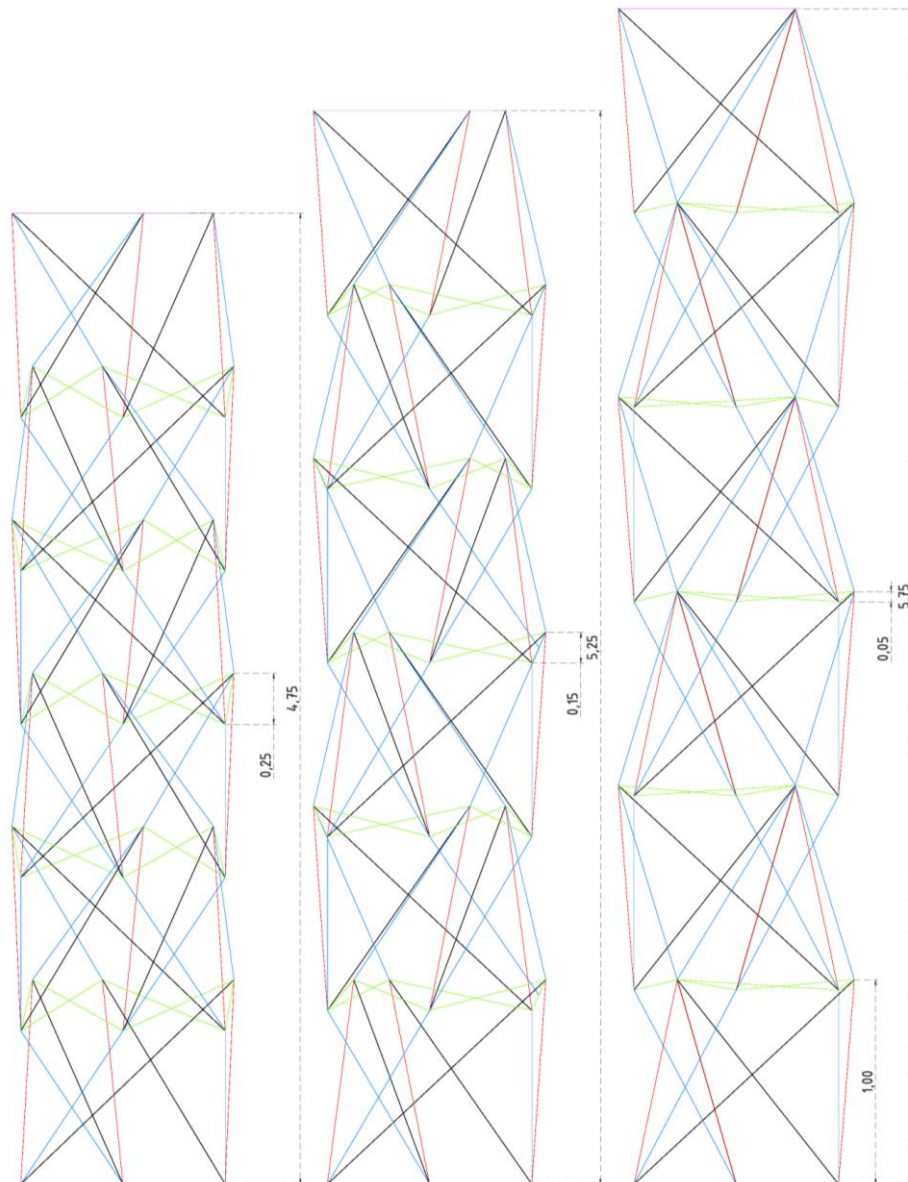


Figura 5.1: Alzados primas Tensegrity de $\theta = 10^\circ/20^\circ/30^\circ$

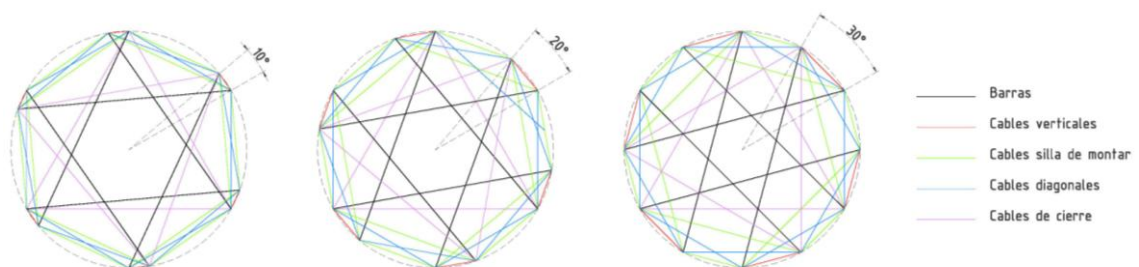


Figura 5.2: Plantas primas Tensegrity de $\theta = 10^\circ/20^\circ/30^\circ$

5. OBJETIVOS

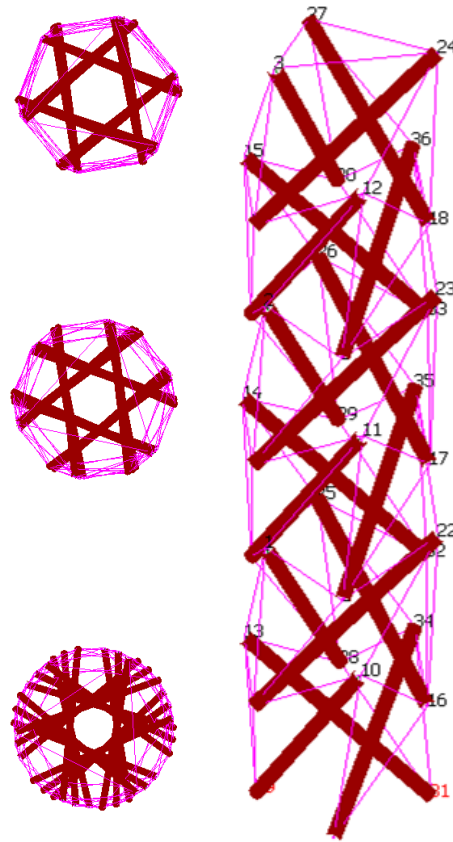


Figura 5.3: Modelo de los tres primas Tensegrity con el programa de cálculo WINTESS

Los estudios anteriores muestran claramente que la resistencia y rigidez son las propiedades críticas de los módulos Tensegrity. Por lo tanto, el foco de este estudio es el comportamiento frente a fuerzas axiales y a flexión de módulos de 6 módulos. En este análisis ha sido pensado para ser un estudio paramétrico, sólo se han considerado configuraciones con $\theta^* = 10^\circ/20^\circ/30^\circ$. Se consideran 3 casos de carga, en la Figura 5.4.

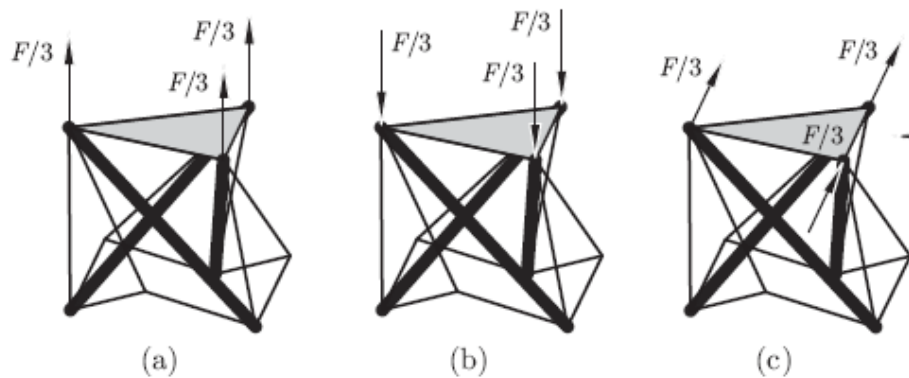


Figura 5.4: Casos de carga para el módulo Tensegrity: (a) Tracción, (b) Compresión, (c) Flexión.

5. OBJETIVOS

Los mstiles se analizan mediante una geometría no lineal de elementos finitos, modelando los montantes con elementos barra de dos nodos y los cables como elementos catenaria sin ninguna compresión. El elemento catenaria es una ventaja especial en los problemas donde el debilitamiento cable puede ocurrir.

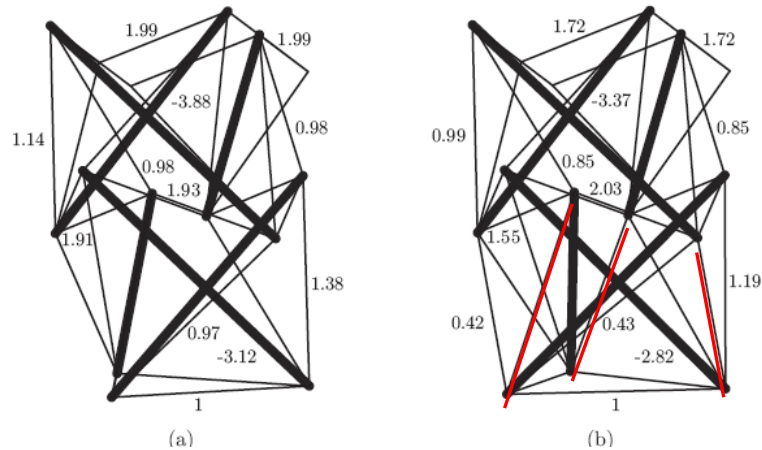


Figura 5.5: (a) estructura sin arriostrar (b) estructura arriostrada.

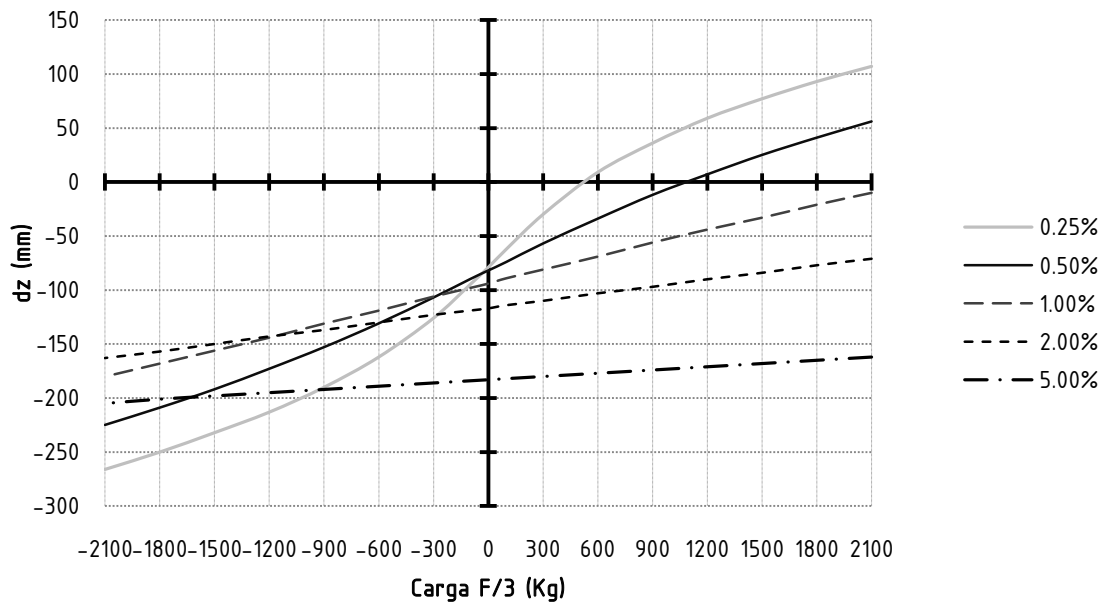
Dado que el mecanismo interno de los mstiles los hace débiles en la dirección axial, se investiga una forma para dar rigidez al mstil. Se añaden tres cables adicionales en el primer modulo de manera que se triangula completamente, figura 5.5. En la configuración original, estos cables sin tensión, que no puede aceptarse. Una forma para pretensar los cables es girar más el primer módulo de manera que las barras se hacen más largas. El mstil que resulta ahora tenía tres estados independientes de la auto-tensado, $s = 3$, y ningún mecanismo interno.

Las cargas de tracción-compresión se aplican en los nodos superiores; la intensidad de las cargas varia de 0 a 2100Kg (3F), junto con diferentes valores de pretensado en los cables. El comportamiento que se describe es no-lineal; las no-linealidades no son muy parecidas en función de si este sistema Tensegrity est sometido a tracción o a compresión. De hecho, a tracción el sistema se vuelve más rígido cuando la carga externa aumenta, en virtud de la compresión donde se pierde progresivamente su rigidez. Los resultados muestran el comportamiento anisótropo del sistema Tensegrity.

5. OBJETIVOS

5.1.2.1 Valores de desplazamiento z para mástil con $\theta=10^\circ$ bajo cargas Axiales

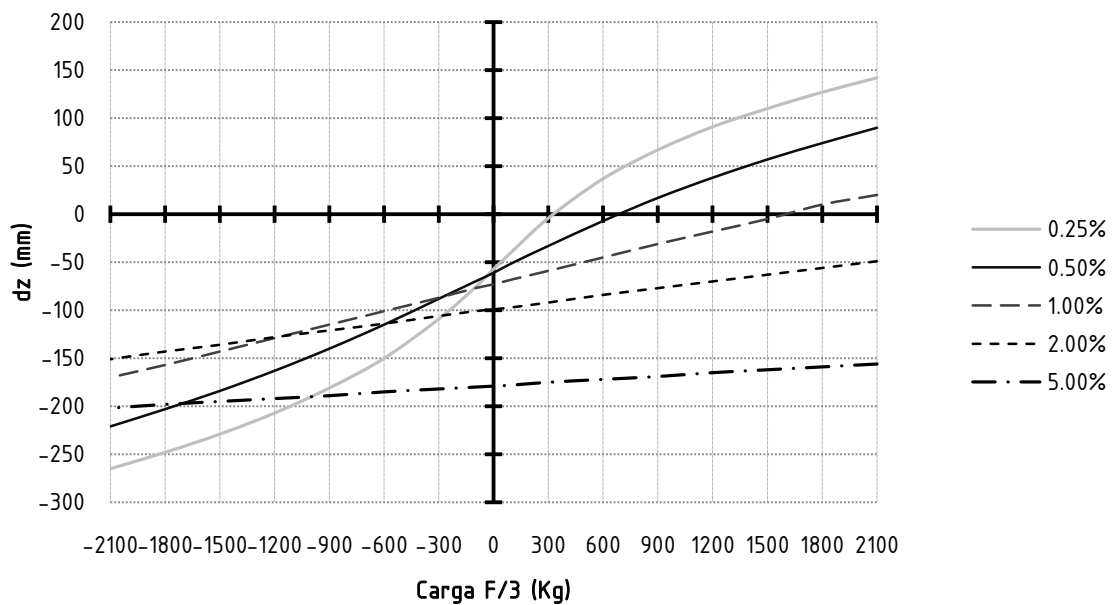
Valores dz (mm)	Prefensado				
Carga F/3 (Kg)	0.25%	0.50%	1.00%	2.00%	5.00%
2100	107	56	-10	-71	-162
1800	93	41	-21	-77	-165
1500	77	25	-33	-84	-168
1200	59	7	-44	-90	-171
900	36	-12	-56	-97	-174
600	9	-34	-69	-103	-177
300	-30	-57	-81	-110	-180
100	-62	-74	-89	-114	-182
0	-79	-82	-94	-117	-183
-100	-95	-90	-98	-119	-184
-300	-126	-107	-106	-123	-186
-600	-162	-131	-119	-130	-189
-900	-190	-153	-131	-137	-192
-1200	-213	-173	-144	-143	-195
-1500	-232	-192	-156	-150	-198
-1800	-250	-209	-168	-157	-201
-2100	-266	-225	-180	-163	-205



5. OBJETIVOS

5.1.2.2 Valores de desplazamiento z para mástil con $\theta=20^\circ$ bajo cargas Axiales

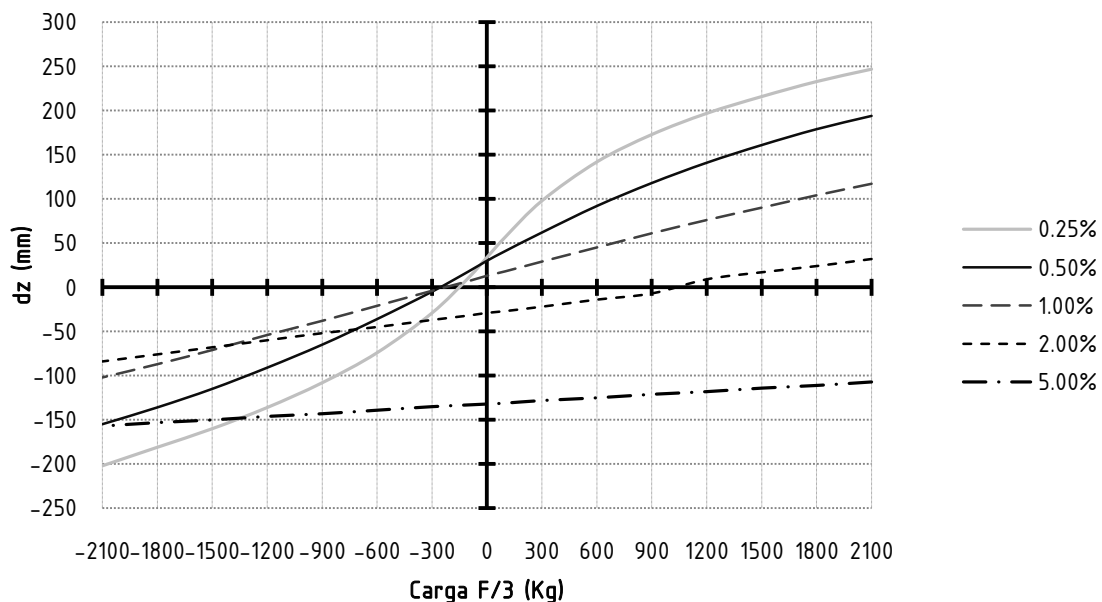
Valores dz (mm)	Prefensado				
Carga F/3 (Kg)	0.25%	0.50%	1.00%	2.00%	5.00%
2100	142	90	20	-49	-156
1800	127	74	10	-56	-159
1500	110	57	-5	-63	-162
1200	91	38	-18	-70	-165
900	67	17	-31	-77	-169
600	37	-7	-45	-84	-172
300	-4	-33	-59	-92	-175
100	-39	-51	-68	-97	-178
0	-57	-61	-73	-99	-179
-100	-76	-70	-77	-101	-180
-300	-109	-88	-87	-106	-182
-600	-150	-115	-101	-114	-185
-900	-181	-140	-115	-121	-189
-1200	-207	-163	-129	-128	-192
-1500	-229	-184	-143	-136	-195
-1800	-248	-203	-157	-143	-198
-2100	-265	-221	-170	-151	-202



5. OBJETIVOS

5.1.2.3 Valores de desplazamiento z para mástil con $\theta=30^\circ$ bajo cargas Axiales

Valores dz (mm)	Prefensado				
Carga F/3 (Kg)	0.25%	0.50%	1.00%	2.00%	5.00%
2100	247	194	117	32	-107
1800	233	179	104	24	-111
1500	216	161	90	17	-114
1200	197	141	76	9	-118
900	173	118	61	-7	-121
600	142	92	45	-14	-125
300	98	62	29	-22	-128
100	57	41	18	-27	-131
0	34	30	13	-29	-132
-100	11	18	7	-32	-133
-300	-29	-5	-4	-37	-135
-600	-74	-36	-21	-45	-139
-900	-108	-65	-38	-52	-143
-1200	-136	-91	-54	-60	-146
-1500	-160	-115	-71	-68	-150
-1800	247	194	117	32	-107
-2100	233	179	104	24	-111



Para la flexión las cargas laterales se aplican en los nodos superiores. El comportamiento a flexión se ilustra en el trazado del gráfico siguiente. Las cargas aplicadas, que van desde 0 hasta 2100 Kg, se relacionan con el valor absoluto del desplazamiento de la fibra neutra en la dirección x. El comportamiento es siempre no-lineal; La estructura se rigidiza cuando la carga

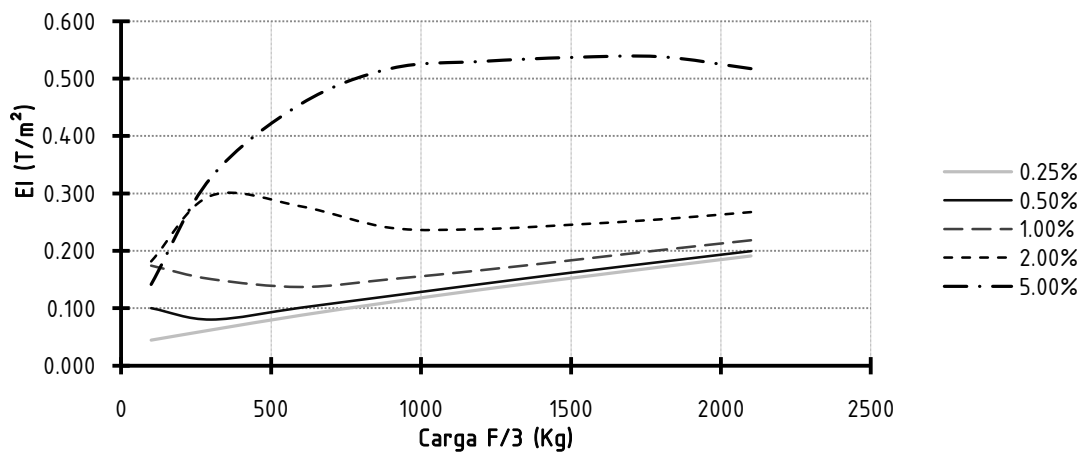
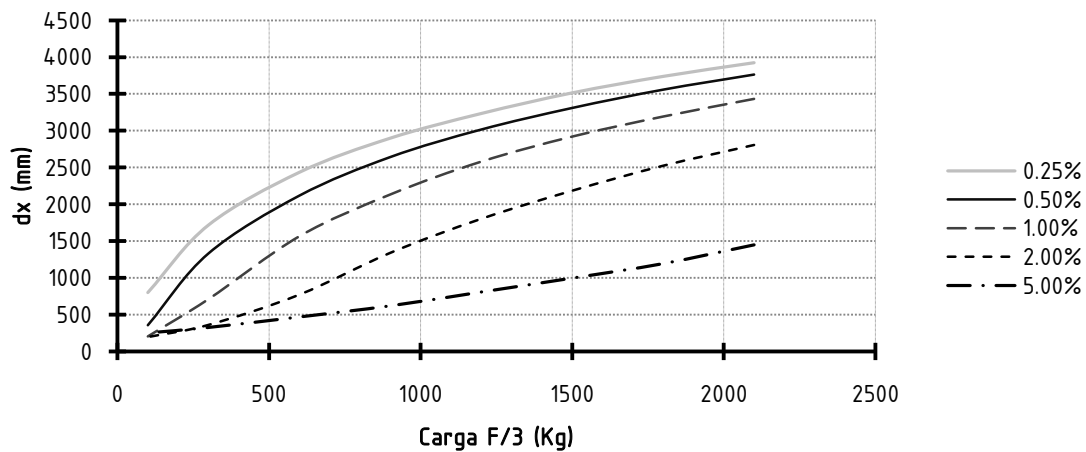
5. OBJETIVOS

externa aumenta. De acuerdo a la carga de flexión y el desplazamiento x , podemos determinar el valor para la rigidez del sistema Tensegrity.

$$Dx = PL^3/3EI$$

5.1.2.4 Valores de desplazamiento x para mástil con $\theta=10^\circ$ bajo cargas laterales

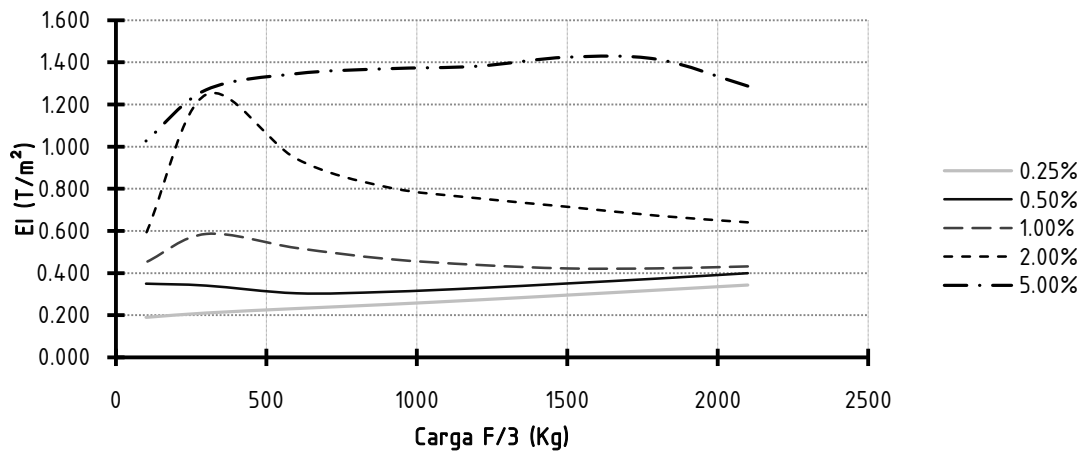
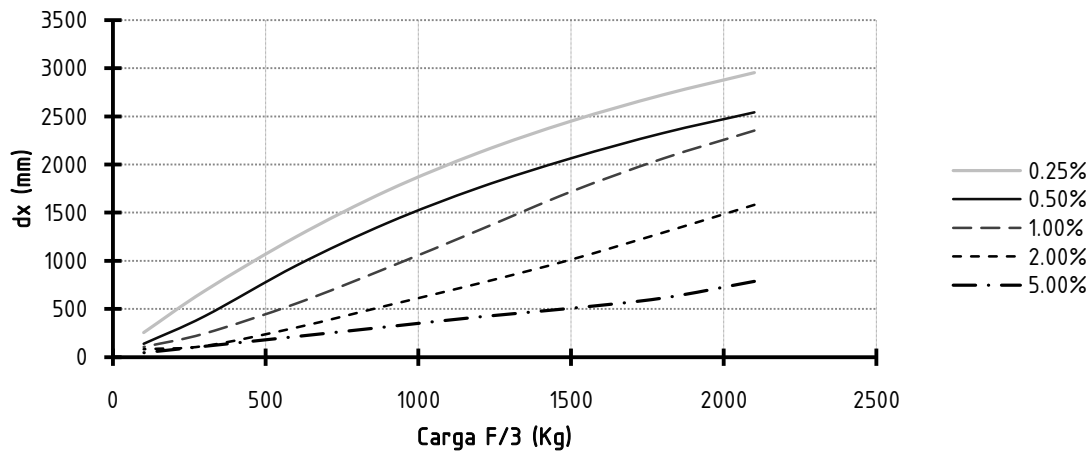
Valores dx (mm)	Pretensado				
Carga $F/3$ (Kg)	0.25%	0.50%	1.00%	2.00%	5.00%
2100	3922	3762	3431	2806	1450
1800	3736	3557	3191	2524	1195
1500	3512	3308	2919	2185	998
1200	3232	3015	2579	1803	809
900	2897	2641	2133	1341	621
600	2433	2117	1565	773	470
300	1716	1331	711	362	327
100	799	356	205	197	253



5. OBJETIVOS

5.1.2.5 Valores de desplazamiento x para mástil con $\theta=20^\circ$ bajo cargas laterales

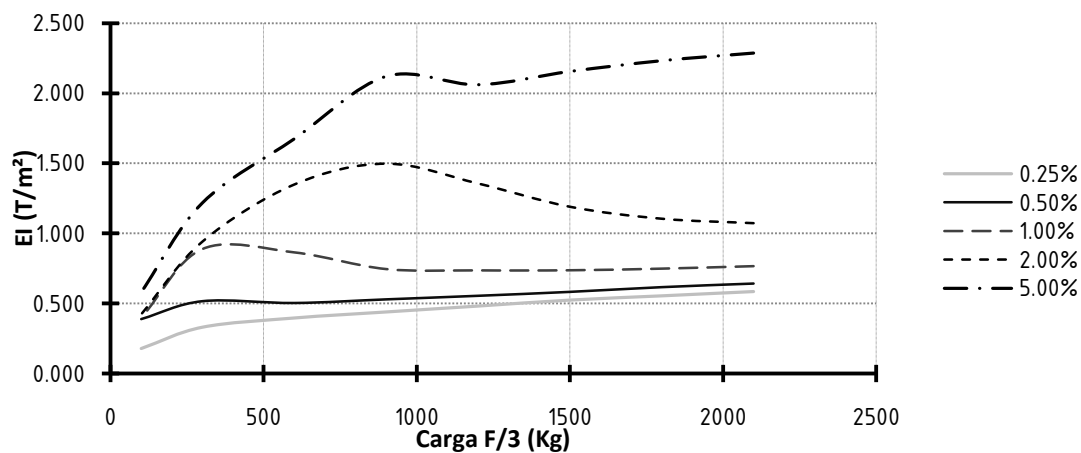
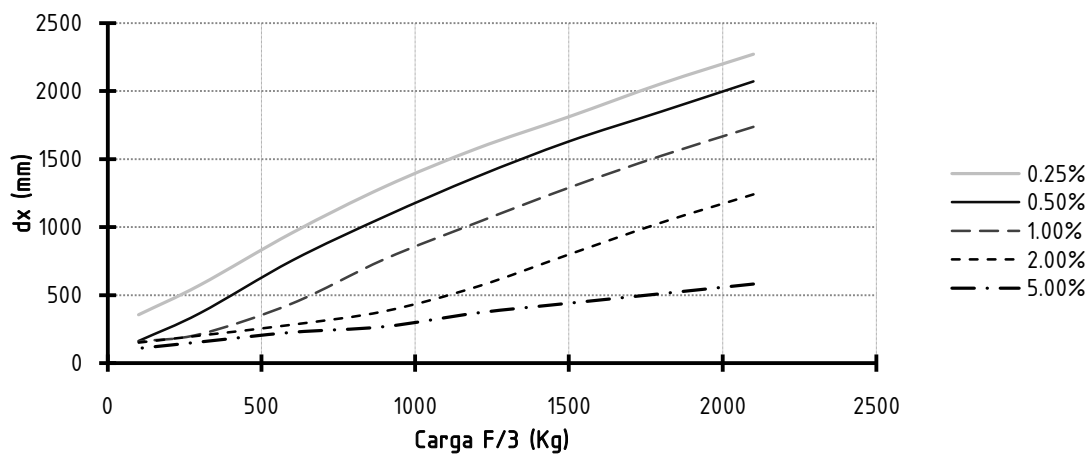
Valores dx (mm)	Prefensado				
Carga F/3 (Kg)	0.25%	0.50%	1.00%	2.00%	5.00%
2100	2952	2541	2351	1580	787
1800	2721	2325	2060	1291	614
1500	2449	2064	1718	1012	508
1200	2124	1761	1321	766	419
900	1730	1395	930	537	317
600	1249	950	558	307	215
300	687	425	247	116	114
100	254	138	107	82	47



5. OBJETIVOS

5.1.2.6 Valores de desplazamiento x para mstil con $\theta=30^\circ$ bajo cargas laterales

Valores dx (mm)	Prefensado				
Carga $F/3$ (Kg)	0.25%	0.50%	1.00%	2.00%	5.00%
2100	2272	2071	1737	1241	582
1800	2055	1849	1524	1033	511
1500	1812	1630	1290	799	441
1200	1578	1370	1033	561	369
900	1297	1077	765	381	269
600	959	755	440	282	227
300	575	368	214	202	156
100	356	163	159	150	109



La rigidez a flexión es aproximadamente la misma en cada una de las direcciones, por eso en un principio hemos planteado el análisis para una sola dirección de carga. Para una misma dirección de carga, al incrementar su valor, se van aflojando cada vez más los cables que quedan en el lado opuesto y va decayendo la rigidez a flexión. Esto ocurre en menor medida si el mstil se encuentra más prefensado. Nos damos cuenta de la baja rigidez a flexión del mstil de seis

5. OBJETIVOS

módulos, ya que para dichas cargas laterales da desplazamientos muy grandes en la punta, por lo tanto, el mstil es demasiado flexible.

Comparando los tres modelos con ngulo de rotaci3n diferentes, podemos observar como la estructura adquiere mejor comportamiento para valores mayores de θ .

5.1.3 Anlisis de Vibraciones

Pocos estudios anteriores se han ocupado de las caractersticas de vibraci3n de los mstiles Tensegrity. Furuya analiza un mstil de cinco m3dulos donde se ponen en contacto las barras entre cada prisma triangular simple. Un mstil de n -m3dulos de este tipo tiene $s = m = n$. El pretensado, por lo tanto, desempea un papel importante en relaci3n al mstil con motivos geom3tricos de rigidez. No es sorprendente que las frecuencias de los modos de cero energa aumenten con el nivel de pretensado. Murakami realiza un anlisis modal de un mstil de seis m3dulos con $v = 3$. El modo fundamental es el que corresponde a los mecanismos internos, que se caracteriza por hacer girar hacia el lado contrario de cada m3dulo. El segundo modo es un modo de flexi3n y su frecuencia es mucho m3s alta que la primera. Si bien la frecuencia del primer modo se puede aumentar aumentando el pretensado, la frecuencia del modo de flexi3n, que tiene una energa el3stica no nula, no cambia significativamente con el nivel de pretensado.

Las frecuencias naturales se calculan por el problema de valores propios de los cl3sicos sistemas lineales homog3neos

donde K es la matriz de rigidez, M la matriz de masa, del vector de desplazamiento y ω la frecuencia angular. Para solucionar problemas con un pequeo n3mero de grados de libertad, por ejemplo, un mstil de diez m3dulos, se utiliza la funci3n EIG de Matlab. Para los grandes problemas, tales como el mstil de 87 m3dulos, la funci3n GIE funci3n se utiliza en su lugar. La funci3n EIG calcula los mayores valores propios de N y sus correspondientes vectores, donde N es un valor definido por el usuario. Ya que los valores menores se buscaron para el presente problema, fue re-escrito como:

Donde

Y

5. OBJETIVOS

La menos matriz triangular L se obtuvo por la factorización de M de Choleski:

Para ganar un poco de comprensión de las características de vibración de los módulos Tensegrity, Tibert analiza en primer lugar un módulo de diez módulos. En primer lugar, el módulo se analiza para diferentes valores de θ^* entre 0 y 10° y un pretensado constante de 50 N en los cables de la base. Este análisis dio, según lo previsto, que sólo la frecuencia del modo correspondiente al mecanismo interno "axial", la Figura 5.6 (a), varía con el pretensado en la estructura (que cambia con θ^*). Las frecuencias de los modos de flexión, las figuras 5.6 (b) y (c), no se vieron afectados por un cambio de θ^* . Estas observaciones están de acuerdo con los de Murakami. Una configuración, $\theta^* = 10^\circ$, fue elegida para nuevos estudios sobre los efectos del nivel de pretensado. Tenga en cuenta que esta configuración particular no tiene las frecuencias más altas, pero menores fuerzas internas y la menor masa total. El módulo de diez módulos se desarrolló en cuatro niveles de pretensado: 50 , 100 , 200 y 500 N. La carga de pandeo de los puntales, 300 N, se tuvo en cuenta en este análisis. Como antes, los modos de flexión no fueron afectados por el aumento de pretensado. Sin embargo, un aumento continuo del pretensado dio lugar a que la frecuencia del modo fundamental, axial superase los niveles mínimos, los de los dos modos de flexión en primer lugar.

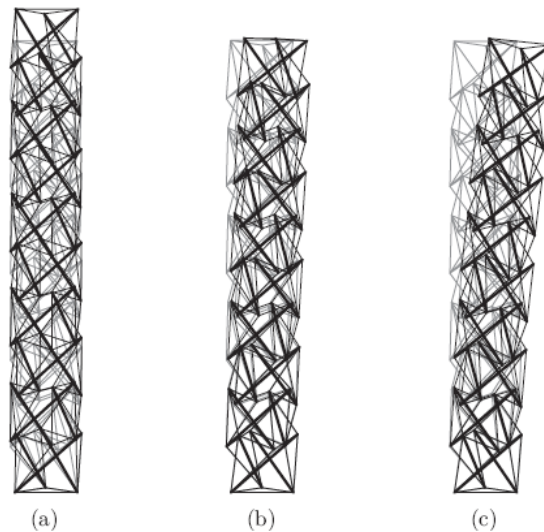


Figura 5.6: Primeros tres modos de vibración para el prisma tensegrity (Pretensado de 50 N y $\theta=10^\circ$: (a) $f_1=1.179$ Hz; (b) $f_2=2.821$ Hz; (c) $f_3=2.847$ Hz

Este cambio en el modo fundamental se puede ver en Tabla 5.7 cuando se va desde 200 hasta 500 N. Desde el punto de vista opuesto, el modo axial era el modo fundamental de hasta 24 módulos para $T_{base} = 50$ N. El aumento T_{base} 100 N dio un cambio fundamental en el modo de 16 módulos. Así por muy largos que sean los módulos el modo fundamental es un modo de flexión y su frecuencia es independiente del nivel de pretensado.

5. OBJETIVOS

n	θ^* ($^\circ$)	η	Length (m)	Mass (kg)	m_c (kg/m)	m_s (kg/m)	$\sum l_c$ (m)	$\sum l_s$ (m)	
10	10	0.2412	6.975	13.1	0.0136	0.2819	118.2	40.7	
t_{base}	f_1	f_2	f_3	f_4	f_5	t_c^{max}	t_c^{min}	t_s^{max}	t_s^{min}
50	1.1787	2.8214	2.8468	4.1371	12.0952	99	48	−194	−156
100	1.6442	2.8224	2.8478	5.2359	12.6260	199	97	−388	−312
200	2.3006	2.8245	2.8499	6.8581	13.5714	397	194	−776	−623
500	2.8307	2.8562	3.6006	9.9618	15.6138	994	484	−1939	−1559

Tabla 5.7: Datos y resultados de los análisis modal del mástil diez etapas. Axial modo de frecuencias en negrita.

Table 4.3: Data and results from the modal analysis of the 87-stage mast. Axial mode frequencies in bold face.

n	θ^* ($^\circ$)	η	Length (m)	Mass (kg)	m_c (kg/m)	m_s (kg/m)	$\sum l_c$ (m)	$\sum l_s$ (m)	
87	10	0.2412	60.683	114.2	0.0134	0.2805	1047.9	357	
t_{base}	f_1	f_2	f_3	f_4	f_5	t_c^{max}	t_c^{min}	t_s^{max}	t_s^{min}
50	0.0374	0.0374	0.1324	0.2339	0.2340	100	49	−196	−158
100	0.0374	0.0374	0.1872	0.2340	0.2341	199	98	−393	−315
200	0.0374	0.0374	0.2342	0.2342	0.2646	399	196	−785	−631
500	0.0375	0.0375	0.2347	0.2348	0.4174	997	490	−1963	−1577

Tabla 5.8: datos y resultados del análisis modal para un mástil de 87 módulos.

Los resultados para el mástil de 87 módulos se muestran en la Tabla 5.8. Los dos primeros modos son modos de flexión con las frecuencias de 0,037 Hz. La frecuencia del modo axial es de 0,13 Hz para los valores más bajos de pretensado. Para una viga en voladizo, la frecuencia más baja de flexión es,

$$\frac{\pi}{2L} \sqrt{\frac{EI}{\rho A}}$$

A partir de aquí podremos conocer también la rigidez del mástil Tensegrity y así poderlo comparar con otras tipologías conocidas.

5.2 Objetivos específicos

5.2.1 Búsqueda de la forma mediante la geometría

La construcción de la geometría Tensegrity de este estudio se basa en:

- La concepción del módulo básico de la unidad tensegrity mediante polígonos y poliedros (prismas y antiprismas), sólidos Platónicos y Arquimedianos. [20]
- La sustitución de los componentes geométricos como aristas y vértices por barras, cables y nudos.
- Formando sistemas más complejos a partir de grupos y variaciones del módulo básico. Ejemplos de diferentes escalas de modelos Tensegrity con barras y cables. Después

5. OBJETIVOS

nosotros escogemos algunos de estos modelos para definir una clasificaci3n y realizar el an3lisis estructural:

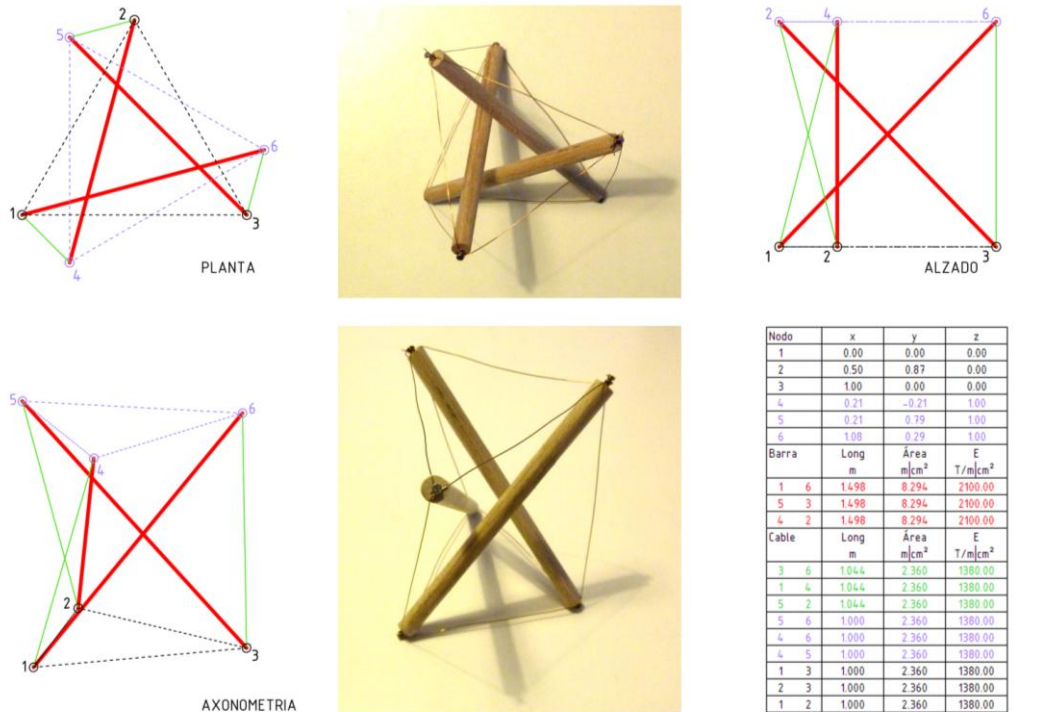


Figura 5.7: Descripci3n del m3dulo b3sico Tensegrity de 3 barras

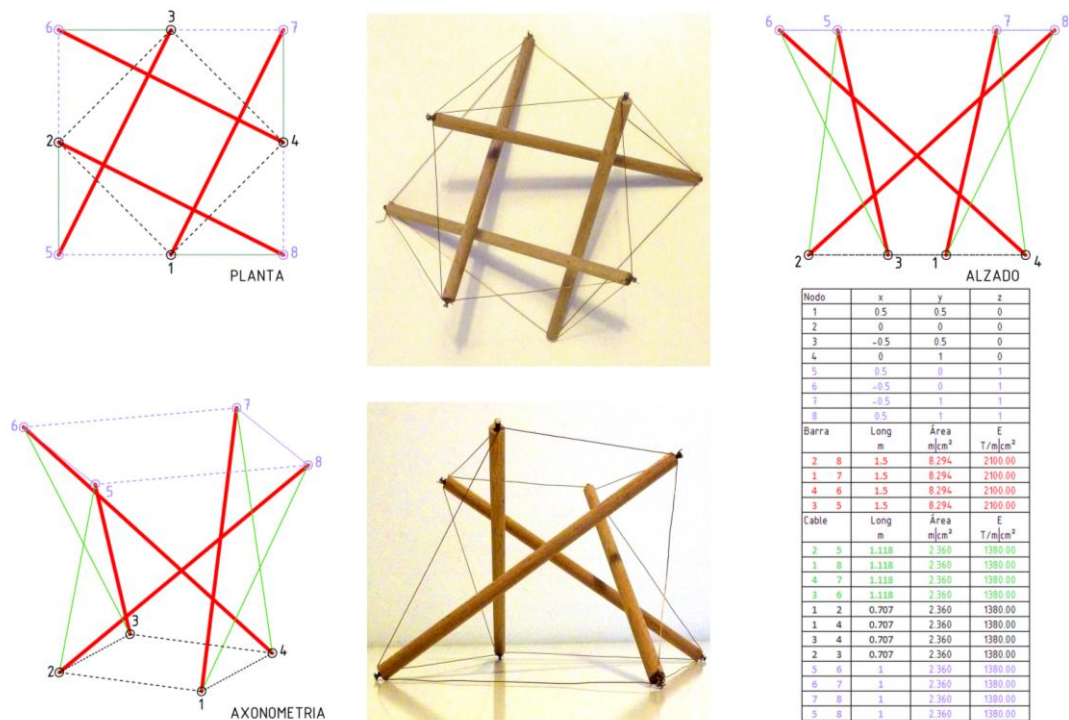


Figura 5.8: Descripci3n del m3dulo b3sico Tensegrity de 4 barras

5. OBJETIVOS

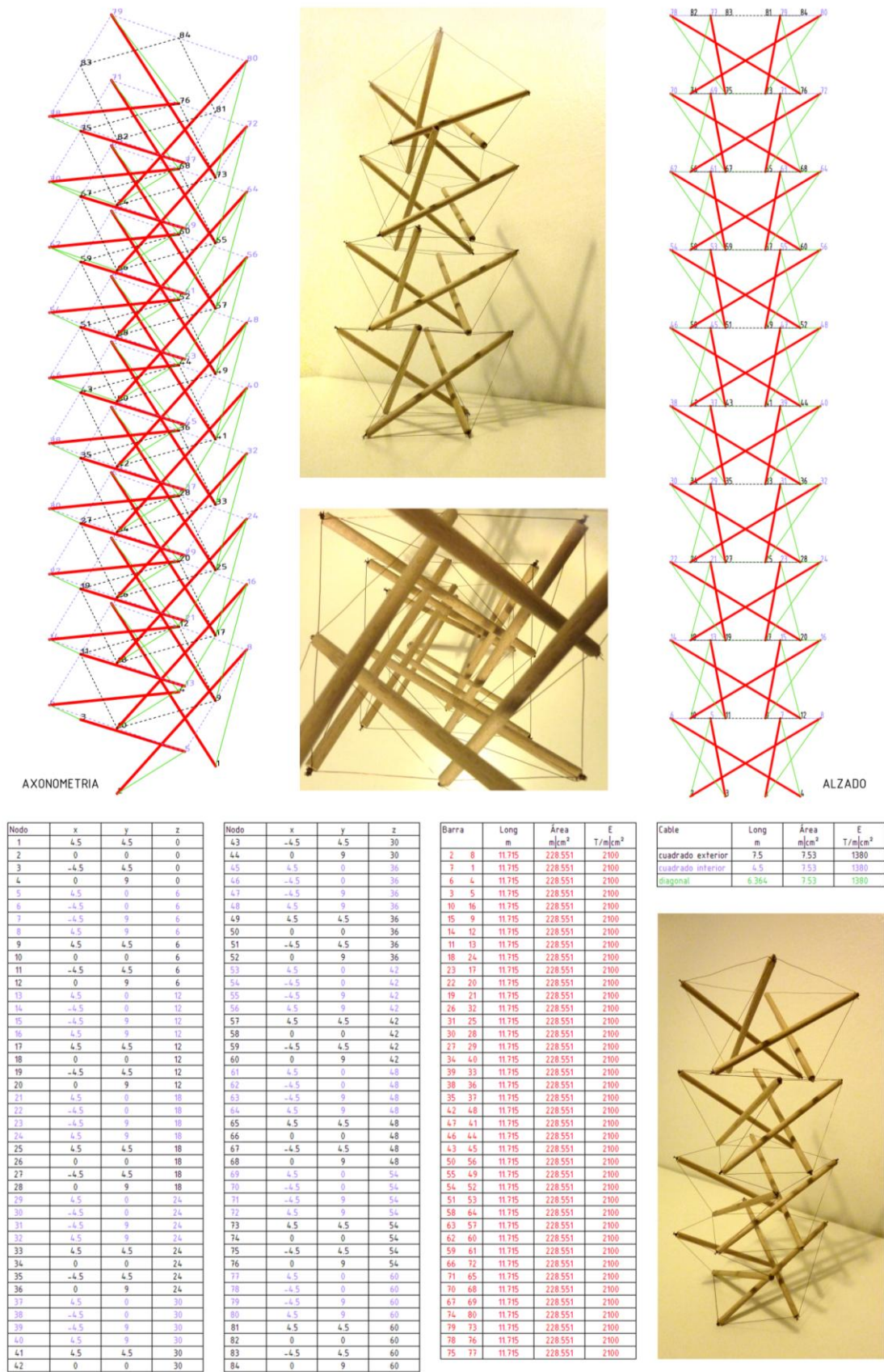


Figura 5.9: Descripción mÓdulo de hasta 10 mÓdulos Tensegrity de 4 barras

5. OBJETIVOS

5.2.2 Propuesta de estudio

Módulo básico de 4 barras

Se elige este módulo de 4 barras ya que la base cuadrada se adapta mejor a cualquier planteamiento arquitectónico.

El procedimiento de genera con la unión de los extremos inferiores de las cuatro barras ($L=15\text{cm}$) mediante el hilo metálico que forma el cuadrado menor, en tramos de 8cm y la unión de los extremos opuestos de dichas barras mediante las diagonales de $9,5\text{cm}$ de longitud, dispuestas en dirección oblicua posición diagonal. Las barras están unidas en los extremos superiores por el hilo metálico que formando un cuadrado de $11,5\text{cm}$ de lado cierra el poliedro, dejándolo tensado, rígido y en equilibrio.

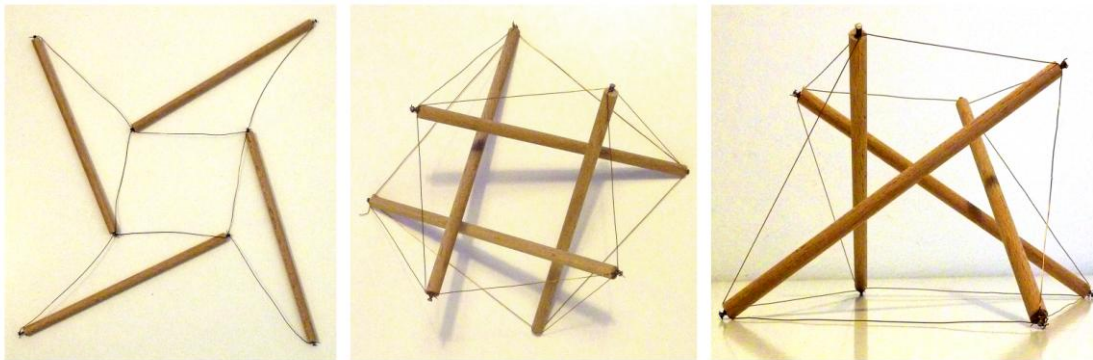


Figura 5.10: Esquema de montaje de módulo de 4 barras

En este método Tensegrity la búsqueda de la forma se genera por medio la superposición del módulo básico anterior donde el cuadrado menor queda inscrito en el mayor y las barras de cada módulo superior quedan en suspensión sobre el cuadrado de cierre de su correspondiente módulo inferior. Para este modelo de dieciséis barras ($L=15\text{cm}$), las barras se ordenan en una dirección oblicua o posición diagonal. Si colocamos el módulo de forma alternada, los extremos de las barras de los módulos contiguos se unen generando una continuidad en "zigzag" de cara una de las cuatro barras a lo largo del método. Por consiguiente, si el módulo no se alterna, sino que simplemente se superpone, las barras de cada módulo superior quedan en suspensión sobre los cables del módulo inferior, generando así un método con una completa discontinuidad en las barras en toda su longitud. La forma final es un continuo de cuatro módulos superpuestos al que se le pueden ir añadiendo más módulos independientes hasta conseguir la altura del método deseada.

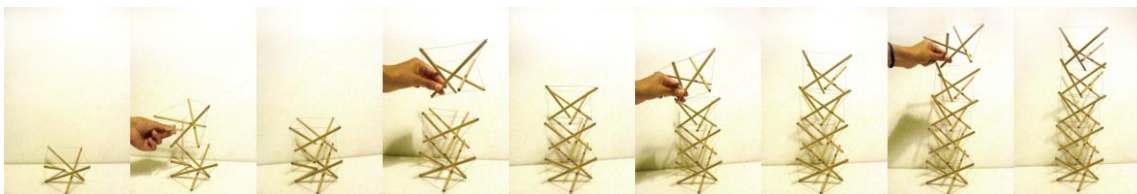


Figura 5.10: Esquema de montaje de método de 5 módulos de 4 barras

5. OBJETIVOS

5.2.2.1 Búsqueda de la forma mediante WinTess

El modelo de cálculo se ha generado utilizando el software WinTess [21]. En primer lugar, se construye la geometría del módulo básico en AutoCad y se superpone hasta cinco veces formando así una torre de 5 plantas. Este dibujo se importa en DXF donde el mismo programa define las coordenadas (x,y,z) para cada uno de los nodos que conforman la estructura. Después de introducir las coordenadas, se definen los elementos como vientos (cables) i tubos (barras) con sus características estructurales y el peso adecuado; Se realiza un análisis de equilibrio estático de la estructura pretensada.. El equilibrio se logra porque todas las fuerzas de compresión y tracción están perfectamente distribuidas, es decir, que trabajan de manera conjunta, donde se garantiza la forma estructural, porque finalmente el sistema es cerrado y equilibrado automáticamente.

5.2.3 Análisis estructural de modelo propuesto

Las estructuras Tensegrity se caracterizan por su: [22]

- Los elementos discontinuos que trabajan en compresión,
- estructura pretensada,
- la estructura Auto-equilibrada.

En el análisis del siguiente modelo se estudia la capacidad del módulo para un rango de cargas axiales y su comportamiento en función del pretensado que se le aplica a los cables. El intervalo de carga va de 0 a 8Tn aplicadas en cada una de las cuatro esquinas del cuadrado mayor para cada una de las plantas, simulando la carga puntual de un forjado colgado desde los cuatro extremos. Haciendo este análisis podremos determinar la capacidad de carga que tiene nuestro módulo y el nivel de pretensado óptimo para obtener un rango de deformaciones admisibles.

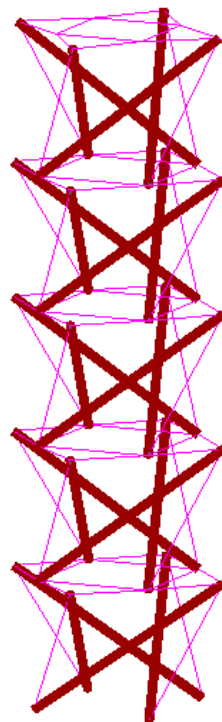


Figura 5.11: Modelo WinTess de módulo de 5 módulos de 4 barras

5. OBJETIVOS

Se plantean cuatro métodos para pretensar la estructura.

5.2.3.1 Alargamiento de las barras.

En este caso la estructura no converge, debido al gran número de iteraciones que debe hacer el cálculo para conseguir que todos los cables trabajen solamente a tracción. Es mucho más eficaz plantear el pretensado en el cable, así se garantiza su trabajo a tracción desde primera instancia.

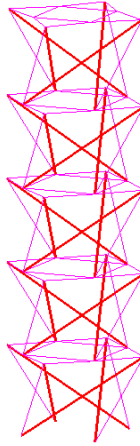


Figura 5.12: Alargamiento de las barras mediante incremento térmico

5.2.3.2 Pretensado de todos los cables.

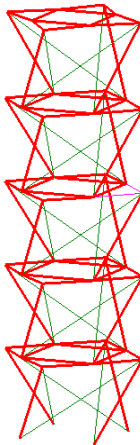
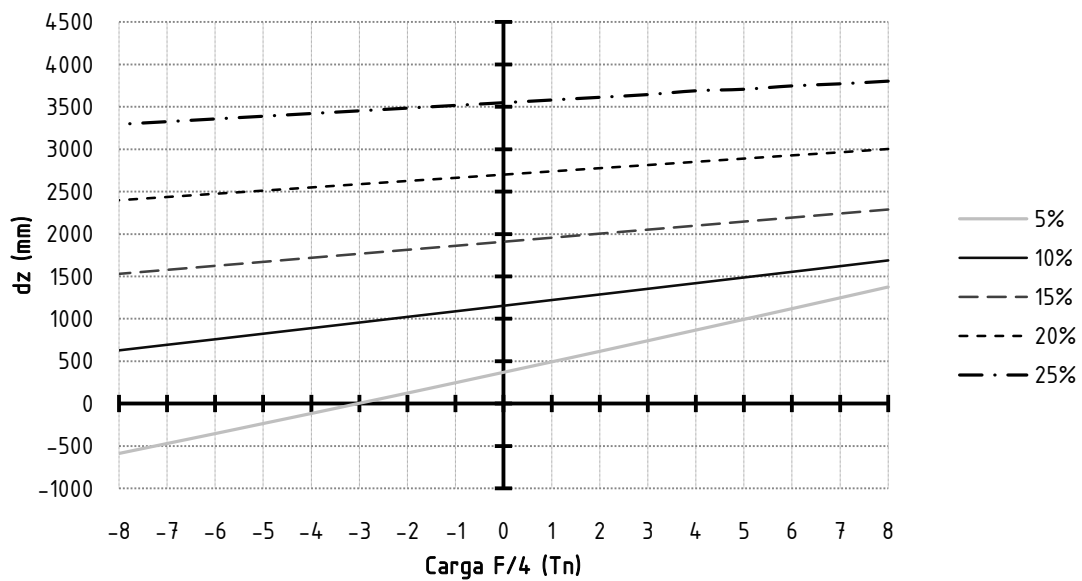


Figura 5.13: Pretensado de todos los cables

Con este planteamiento la estructura parte de una geometría inicial del sistema pretensado de altura inferior al sistema sin pretensar. A medida que aplicamos fuerza axial, tanto a tracción como a compresión, vemos como el módul se deforma en la dirección dz en función del nivel de pretensado de los cables de la base del módulo. Para una fuerza de $-3T_n$ en cada extremo del módulo, equivalente a una sobrecarga de 150kg/m^2 por planta, observamos que se necesita del orden de un 15% de pretensado para obtener una deformación equivalente a $L/250$ de la longitud total del módul, es decir, de los 30m de altura total, se experimenta un acortamiento de 12cm.

5. OBJETIVOS

Valores dz (mm)	Pretensado				
Carga F/4 (Tn)	5.00%	10.00%	15.00%	20.00%	25.00%
8	1374	1690	2289	3003	3804
7	1246	1622	2242	2964	3772
6	1119	1555	2194	2928	3748
5	992	1488	2147	2890	3708
4	866	1421	2099	2852	3690
3	740	1354	2052	2814	3645
2	615	1287	2005	2777	3613
1	491	1221	1957	2739	3581
0	368	1154	1910	2701	3549
-1	245	1088	1862	2663	3517
-2	123	1022	1815	2626	3485
-3	2.6	955	1768	2588	3453
-4	-117.5	889	1721	2550	3421
-5	-236	823	1673	2512	3389
-6	-355	757	1626	2475	3357
-7	-472	692	1579	2437	3325
-8	-589	626	1532	2399	3293



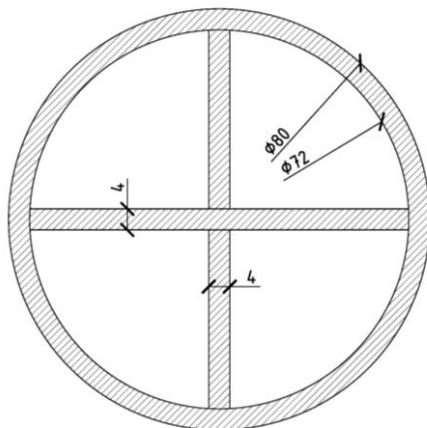
5. OBJETIVOS

Para tal estado de cargas obtenemos los siguientes esfuerzos:

Barra		Li m	A m cm ²	Axial T	E T/m cm ²	Pret %	Pes kg	Dens T/m ³	Lf m	dL mm	Tensi� kg/m kg/cm ²
MODULO 1	B	11.715	228.551	-2718.162	2100	0	2.1	7.85	11.649	-66.3	-14250
	D	7.5	7.53	1752.089	1380	15	0	7.85	7.64	139.6	232681
	C1	4.5	7.53	1094.985	1380	15	0	7.85	4.299	-200.8	145416
	C2	6.364	7.53	1416.431	1380	15	0	7.85	6.277	-87.1	188105
MODULO 2	B	11.715	228.551	-2807.281	2100	0	2.1	7.85	11.647	-68.5	-14717
	D	7.5	7.53	1831.081	1380	15	0	7.85	7.697	196.6	243171
	C1	4.5	7.53	1111.433	1380	15	0	7.85	4.306	-193.7	147601
	C2	6.364	7.53	1415.303	1380	15	0	7.85	6.276	-87.8	187955
MODULO 3	B	11.715	228.551	-2802.128	2100	0	2.1	7.85	11.647	-68.4	-14690
	D	7.5	7.53	1834.631	1380	15	0	7.85	7.699	199.1	243643
	C1	4.5	7.53	1107.569	1380	15	0	7.85	4.305	-195.4	147087
	C2	6.364	7.53	1412.335	1380	15	0	7.85	6.274	-89.6	187561
MODULO 4	B	11.715	228.551	-2797.217	2100	0	2.1	7.85	11.647	-68.3	-14664
	D	7.5	7.53	1838.353	1380	15	0	7.85	7.702	201.8	244137
	C1	4.5	7.53	1105.928	1380	15	0	7.85	4.304	-196.1	146870
	C2	6.364	7.53	1430.424	1380	15	0	7.85	6.285	-78.6	189963
MODULO 5	B	11.715	228.551	-2873.232	2100	0	2.1	7.85	11.645	-70.1	-15063
	D	7.5	7.53	1907.627	1380	15	0	7.85	7.752	251.8	253337
	C1	4.5	7.53	1013.888	1380	15	0	7.85	4.264	-235.9	134646
	C2	6.364	7.53	124.173	1380	15	0	7.85	5.485	-878.5	16490

Aparecen -2873Tn de compresión en las barras de L=11.71m. Se propone un perfil tubular aligerado de acero S355JR capaz de absorber este esfuerzo, trabando a 3245kg/cm².

barra	perfil	A	iy	h	�	�	�	N	N*	tension	validaci�n
Tubo	�80x4	1514.00	23.20	1171	1	50.47	1.14	2873	4309	3245	OK



 rea: 1514.7477 cm²

Perímetro: 733.0691

Cuadro delimitador: X: -40.0000 -- 40.0000

Y: -40.0000 -- 40.0000

Centro de gravedad: X: 0.0000 Y: 0.0000

Momentos in rcia: X: 816038.3765 Y: 816038.3765

Producto de in rcia: XY: 0.0000

Radios de giro: X: 23.2105 Y: 23.2105

Momentos principales y direcciones X-Y alrededor del centro de gravedad:

I: 816038.3765 a lo largo de [1.0000 0.0000]

J: 816038.3765 a lo largo de [0.0000 1.0000]

Para los cables se necesita un área capaz de resistir hasta 1907Tn a tracción, que trabajando hasta 3550Kg/cm² da del orden de 275cm² de acero, lo que equivale a una barra de  32cm.

5. OBJETIVOS

5.2.3.3 Pretensado del cuadrado mayor y menor.

En este caso se plantea pretensar solamente los cables que conforman las bases cuadradas de los módulos. Al encogerse el cuadrado hace que las barras se verticalicen y las diagonales se tensen, provocando que todos los cables, cuadrados y diagonales, trabajen a tracción y por consiguiente las barras a compresión.

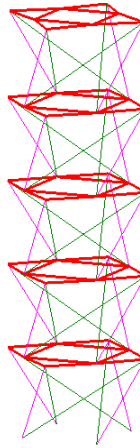
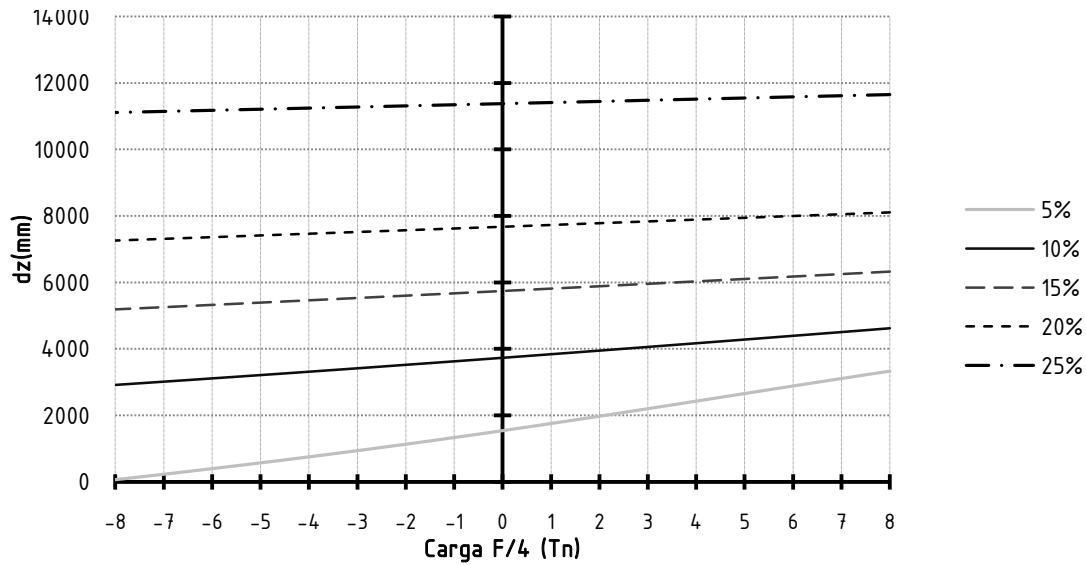


Figura 5.14: Pretensado del cuadrado mayor y menor

Este tipo de pretensado genera una geometría inicial, sin carga externa, de altura superior al sistema sin pretensar. El rango de deformación es similar al caso anterior, para una carga puntual en cada extremo de el módulo básico de $-3T_n$, se experimenta un acortamiento del orden de $L/250$ de la altura total del módulo.

Valores dz (mm)	Pretensado				
Carga F/4 (Tn)	5.00%	10.00%	15.00%	20.00%	25.00%
8	3325.9	4623	6323	8104	11655
7	3105.1	4508	6248	8049	11620
6	2880.9	4395	6174	7995	11585
5	2654.1	4282	6101	7941	11550
4	2426.1	4170	6028	7887	11516
3	2199	4059	5955	7833	11481
2	1974.6	3948	5882	7780	11446
1	1755	3839	5810	7726	11412
0	1541	3731	5739	7673	11378
-1	1334	3624	5668	7621	11344
-2	1134	3519	5598	7568	11310
-3	941	3414	5528	7516	11276
-4	755	3311	5458	7464	11242
-5	575	3209	5389	7413	11208
-6	402	3109	5320	7361	11175
-7	233	3010	5252	7310	11141
-8	70.5	2912	5185	7259	11108

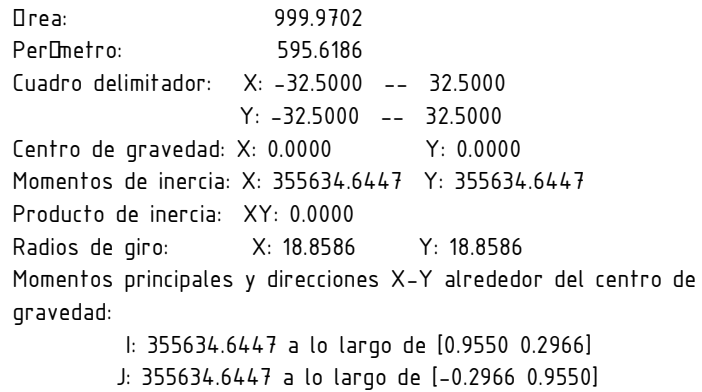
5. OBJETIVOS



Sin embargo el estado tensional de la estructura es menor que en el caso anterior. Los elementos, barras y cables, experimentan del orden de la mitad de esfuerzo.

Barra		Li m	A m cm ²	Axial T	E T/m cm ²	Pret %	Pes kg	Dens T/m ³	Lf m	dL mm	Tensiσ kg/m kg/cm ²
MODULO 1	B	11.715	228.551	-1099.352	2100	0	2.1	7.85	11.689	-26.8	-5763
	D	7.5	7.53	725.347	1380	0	0	7.85	8.024	523.5	96328
	C1	4.5	7.53	445.374	1380	15	0	7.85	4.018	-482.1	59147
	C2	6.364	7.53	754.466	1380	15	0	7.85	5.871	-492.5	100195
MODULO 2	B	11.715	228.551	-1572.598	2100	0	2.1	7.85	11.677	-38.4	-8244
	D	7.5	7.53	1093.448	1380	0	0	7.85	8.289	789.2	145212
	C1	4.5	7.53	576.047	1380	15	0	7.85	4.074	-425.5	76500
	C2	6.364	7.53	756.338	1380	15	0	7.85	5.873	-491.4	100443
MODULO 3	B	11.715	228.551	-1565.579	2100	0	2.1	7.85	11.677	-38.2	-8207
	D	7.5	7.53	1094.614	1380	0	0	7.85	8.29	790	145367
	C1	4.5	7.53	572.134	1380	15	0	7.85	4.073	-427.2	75981
	C2	6.364	7.53	753.871	1380	15	0	7.85	5.871	-492.9	100116
MODULO 4	B	11.715	228.551	-1561.106	2100	0	2.1	7.85	11.677	-38.1	-8184
	D	7.5	7.53	1097.772	1380	0	0	7.85	8.292	792.3	145786
	C1	4.5	7.53	569.353	1380	15	0	7.85	4.072	-428.4	75611
	C2	6.364	7.53	759.205	1380	15	0	7.85	5.874	-489.6	100824
MODULO 5	B	11.715	228.551	-1580.497	2100	0	2.1	7.85	11.677	-38.6	-8286
	D	7.5	7.53	1119.771	1380	0	0	7.85	8.308	808.2	148708
	C1	4.5	7.53	536.342	1380	15	0	7.85	4.057	-442.7	71227
	C2	6.364	7.53	39.23	1380	15	0	7.85	5.422	-930.6	5210

Aparecen -1580Tn de compresi3n en las barras de L=11.71m. Se propone un perfil tubular aligerado de acero S355JR capaz de absorber este esfuerzo, trabando a 2372/cm².

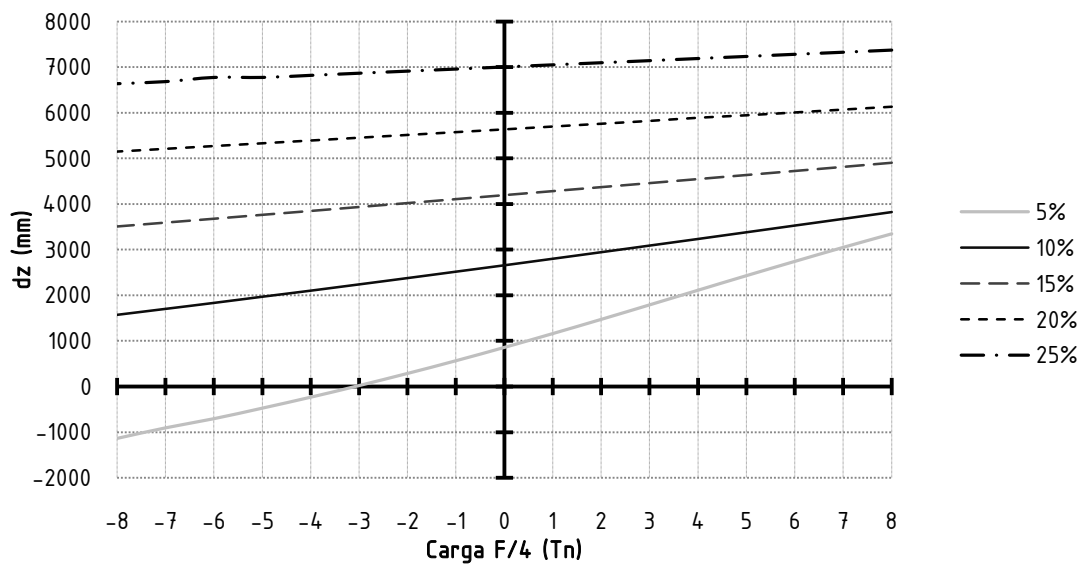


5.2.3.4 Pretensado del cuadrado mayor.

El rango de deformación se repite, con $-3T_n$ en cada extremo, obtenemos un acortamiento del orden de $L/250$ de la altura total del módulo.

5. OBJETIVOS

Valores dz (mm)	Pretensado				
Carga F/4 (Tn)	5.00%	10.00%	15.00%	20.00%	25.00%
8	3345	3821	4906	6129	7376
7	3049	3673	4816	6067	7329
6	2742	3526	4726	6004	7283
5	2429	3379	4637	5942	7236
4	2110	3233	4548	5888	7190
3	1789	3088	4459	5819	7143
2	1471	2943	4371	5757	7097
1	1160	2800	4283	5696	7051
0	857	2657	4195	5634	7004
-1	565	2517	4107	5573	6958
-2	287	2377	4020	5512	6912
-3	20.9	2239	3934	5451	6866
-4	-234	2102	3847	5390	6819
-5	-474	1969	3762	5329	6773
-6	-705	1834	3676	5269	6727
-7	-906	1703	3591	5208	6681
-8	-1137	1573	3506	5148	6635

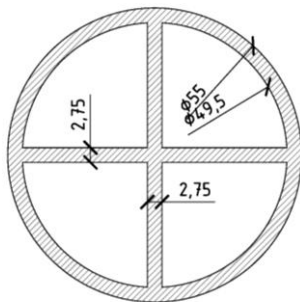


5. OBJETIVOS

Barra		Li m	A m/cm ²	Axial T	E T/m/cm ²	Pret %	Pes kg	Dens T/m ³	Lf m	dL mm	Tensi� kg/m kg/cm ²
MODULO 1	B	11.715	228.551	-1122.906	2100	0	2.1	7.85	11.688	-27.4	-5887
	D	7.5	7.53	615.814	1380	0	0	7.85	8.036	536.1	98647
	C1	4.5	7.53	529.252	1380	15	0	7.85	4.054	-445.8	70286
	C2	6.364	7.53	331.357	1380	0	0	7.85	6.567	202.9	44005
MODULO 2	B	11.715	228.551	-934.444	2100	0	2.1	7.85	11.693	-22.8	-4899
	D	7.5	7.53	611.426	1380	0	0	7.85	7.941	441.3	81199
	C1	4.5	7.53	460.343	1380	15	0	7.85	4.024	-475.6	61135
	C2	6.364	7.53	335.425	1380	0	0	7.85	6.569	205.4	44545
MODULO 3	B	11.715	228.551	-926.585	2100	0	2.1	7.85	11.693	-22.6	-4857
	D	7.5	7.53	612.283	1380	0	0	7.85	7.942	441.9	81313
	C1	4.5	7.53	455.299	1380	15	0	7.85	4.022	-477.8	60465
	C2	6.364	7.53	333.469	1380	0	0	7.85	6.568	204.2	44285
MODULO 4	B	11.715	228.551	-921.642	2100	0	2.1	7.85	11.693	-22.5	-4832
	D	7.5	7.53	615.217	1380	0	0	7.85	7.944	444	81702
	C1	4.5	7.53	450.587	1380	15	0	7.85	4.02	-479.9	59839
	C2	6.364	7.53	321.207	1380	0	0	7.85	6.561	196.7	42657
MODULO 5	B	11.715	228.551	-889.829	2100	0	2.1	7.85	11.694	-21.7	-4665
	D	7.5	7.53	598.754	1380	0	0	7.85	7.932	432.2	79516
	C1	4.5	7.53	354.028	1380	15	0	7.85	3.978	-521.7	47016
	C2	6.364	7.53	0	1380	0	0	7.85	5.626	-737.8	0

Aparecen -1580Tn de compresión en las barras de L=11.71m. Se propone un perfil tubular aligerado de acero S355JR capaz de absorber este esfuerzo, trabando a 2372/cm².

barra	perfil	A	iy	h	�	�	�	N	N*	tension	validaci�n
Tubo	�55x2.75	716	15.95	1171	1	73.4169279	1.42935661	1122	1683	3337	OK



 rea: 715.9550
 Perímetro: 503.9850
 Cuadro delimitador: X: -27.5000 -- 27.5000
 Y: -27.5000 -- 27.5000
 Centro de gravedad: X: 0.0000 Y: 0.0000
 Momentos de inercia: X: 182306.1809 Y: 182306.1809
 Producto de inercia: XY: 0.0000
 Radios de giro: X: 15.9572 Y: 15.9572
 Momentos principales y direcciones X-Y alrededor del centro de gravedad:
 I: 182306.1809 a lo largo de [0.2953 0.9554]
 J: 182306.1809 a lo largo de [-0.9554 0.2953]

Para los cables se necesita un área capaz de resistir hasta 615Tn a tracción, que trabajando hasta 3550Kg/cm² da del orden de 87cm² de acero, lo que equivale a una barra de  18cm.

En su defecto se propone colocar tendones tipo MK4 de alta resistencia. Nuestro axil no debe sobrepasar el 85% de la capacidad de los tendones en su esta límite último, con lo que 615Tn x 1,5 x 1.15 = 1060Tn. Necesitaremos 38 tendones que forman 14 cm de diámetro.

5. OBJETIVOS

PROPIEDADES DE LOS TENDONES

CORDÓN 0,6"													
Tendón		Cordón Ø16 mm Y 1860 S7 según EN-10138-3				Cordón Ø15,24 mm Grade 270 según ASTM A416M-99				Vaina	Cemento	Gato	
Tipo	Nº Cordones	Carga de rotura F _{pk} [kN]	Fza. Tesado (1) P ₀ [kN]	Masa Kg/m	Sección mm²	Carga de rotura F _{pk} [kN]	Fza. Tesado (2) P ₀ [kN]	Masa Kg/m	Sección mm²	Ø interior mm	kg/ml		
1-0,6"	1	279	204	1,17	150	260,7	195,5	1,102	140	-	-	ARROW	
4-0,6"	2	558	408	2,34	300	521	391	2,20	280	51	2,6	MS-1	
	3	837	612	3,51	450	782	586	3,31	420		2,4		
	4	1.116	816	4,68	600	1.042	782	4,41	560		2,2		
5-0,6"	5	1.395	1.020	5,85	750	1.303	977	5,51	700	51	2,0	MS-2	
7-0,6"	6	1.674	1.224	7,02	900	1.564	1.173	6,61	840	62	3,2		
	7	1.953	1.428	8,19	1.050	1.824	1.368	7,71	980		3,0		
9-0,6"	8	2.232	1.632	9,36	1.200	2.085	1.564	8,82	1.120	72	4,3	MS-3	
	9	2.511	1.836	10,53	1.350	2.346	1.759	9,92	1.260		4,1		
12-0,6"	10	2.790	2.040	11,70	1.500	2.607	1.955	11,02	1.400	85	6,2		
	11	3.069	2.244	12,87	1.650	2.867	2.150	12,12	1.540		6,0		
	12	3.348	2.448	14,04	1.800	3.128	2.346	13,22	1.680		5,8		
15-0,6"	13	3.627	2.652	15,21	1.950	3.389	2.541	14,33	1.820	90	6,6		MS-4
	14	3.906	2.856	16,38	2.100	3.649	2.737	15,43	1.960		6,4		
	15	4.185	3.060	17,55	2.250	3.910	2.932	16,53	2.100		6,2		
19-0,6"	16	4.464	3.264	18,72	2.400	4.171	3.128	17,63	2.240	100	8,2	MS-6	
	17	4.743	3.468	19,89	2.550	4.431	3.323	18,73	2.380		8,0		
	18	5.022	3.672	21,06	2.700	4.692	3.519	19,84	2.520		7,8		
	19	5.301	3.876	22,23	2.850	4.953	3.714	20,94	2.660		7,6		
24-0,6"	20	5.580	4.080	23,40	3.000	5.214	3.910	22,04	2.800	110	9,8		MS-7
	21	5.859	4.284	24,57	3.150	5.474	4.105	23,14	2.940		9,6		
	22	6.138	4.488	25,74	3.300	5.735	4.301	24,24	3.080		9,4		
	23	6.417	4.692	26,91	3.450	5.996	4.496	25,35	3.220		9,2		
	24	6.696	4.896	28,08	3.600	6.256	4.692	26,45	3.360		9,0		
27-0,6"	25	6.975	5.100	29,25	3.750	6.517	4.887	27,55	3.500	120	11,4	MS-8	
	26	7.254	5.304	30,42	3.900	6.778	5.083	28,65	3.640		11,2		
	27	7.533	5.508	31,59	4.050	7.038	5.278	29,75	3.780		11,0		
31-0,6"	28	7.812	5.712	32,76	4.200	7.299	5.474	30,86	3.920	120	10,8		MS-9
	29	8.091	5.916	33,93	4.350	7.560	5.689	31,96	4.060		10,6		
	30	8.370	6.120	35,10	4.500	7.821	5.865	33,06	4.200		10,4		
	31	8.649	6.324	36,27	4.650	8.081	6.060	34,16	4.340		10,2		
37-0,6"	32	8.928	6.528	37,44	4.800	8.342	6.256	35,26	4.480	130	12,8	MS-10	
	33	9.207	6.732	38,61	4.950	8.603	6.451	36,37	4.620		12,6		
	34	9.486	6.936	39,78	5.100	8.863	6.647	37,47	4.760		12,4		
	35	9.765	7.140	40,95	5.250	9.124	6.842	38,57	4.900		12,2		
	36	10.044	7.344	42,12	5.400	9.385	7.038	39,67	5.040		12,0		
	37	10.323	7.548	43,29	5.550	9.645	7.233	40,77	5.180		11,8		
43-0,6"	38	10.602	7.752	44,46	5.700	9.907	7.429	41,88	5.320	140	14,7	MS-11	
	39	10.881	7.956	45,63	5.850	10.167	7.625	42,98	5.460		14,5		
	40	11.160	8.160	46,80	6.000	10.428	7.820	44,08	5.600		14,2		
	41	11.439	8.364	47,97	6.150	10.689	8.016	45,18	5.740		14,0		
	42	11.718	8.568	49,14	6.300	10.949	8.211	46,28	5.880		13,8		
	43	11.997	8.772	50,31	6.450	11.210	8.407	47,39	6.020		13,5		
	44	12.276	8.976	51,48	6.600	11.471	8.603	48,49	6.160		13,3		

(1) P₀ según Eurocode 2 [85% F_{pk},1 ó 75% F_{pk}]

(2) P₀ según EHE 98 [75%F_{pk}]

Nota: Para opciones con cordón compactado contacte con nuestro departamento técnico

Figura 5.16: Prontuario de MK4

5.2.4 Aplicación

Después de hacer los cálculos pertinentes, se propone una torre de 5 módulos de 4 barras Tensegrity de patrón diamante. Se elige el módulo de 4 barras ya que su configuración en planta es un cuadrado del cual se permite colgar un forjado de 9x9m desde cada extremo del módulo.

5. OBJETIVOS

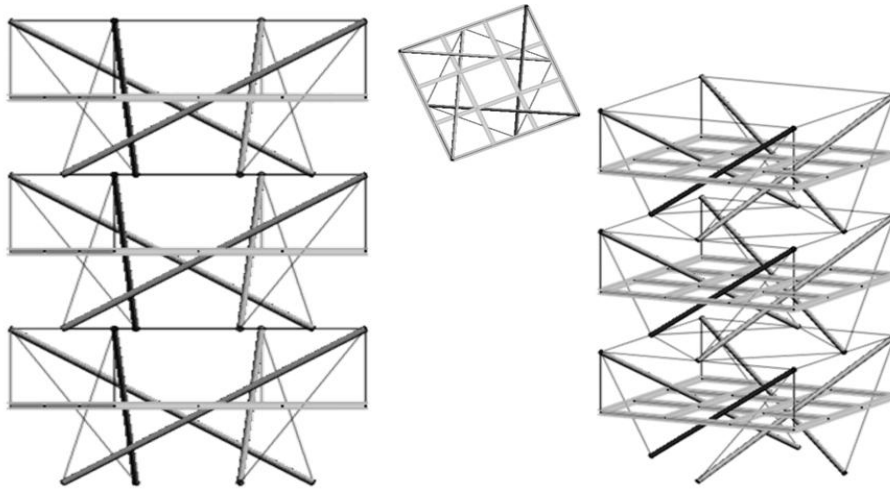


Figura 5.17: Esquema estructura propuesta

Como hemos podido analizar, la capacidad de carga por planta de este mstil es de 3Tn en cada extremo, lo que representa una carga superficial de 150kg/m^2 en cada planta. Con este estado de cargas se hace viable la posibilidad de pretensar la estructura y llegar a un estado de sollicitación que permite su dimensionado.

Una sobrecarga de 150kg/m^2 no representa demasiado, por lo que el uso de esta estructura va a ser limitado. De acuerdo a esto, se propone este sistema para un mirador y trampolín.

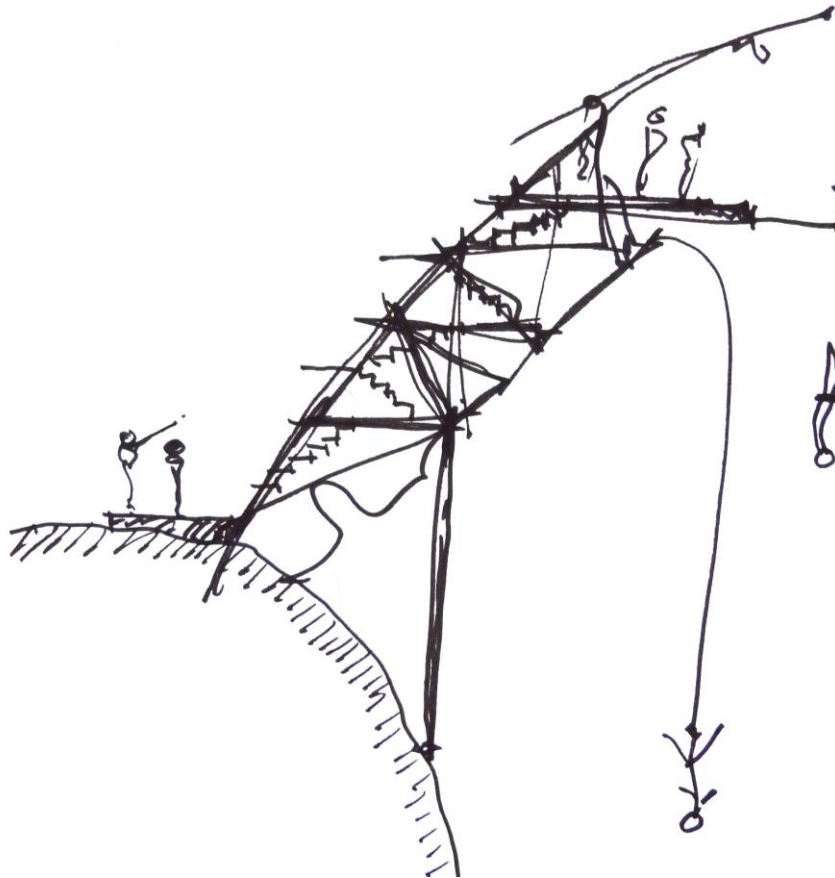


Figura 5.18: Croquis idea de proyecto

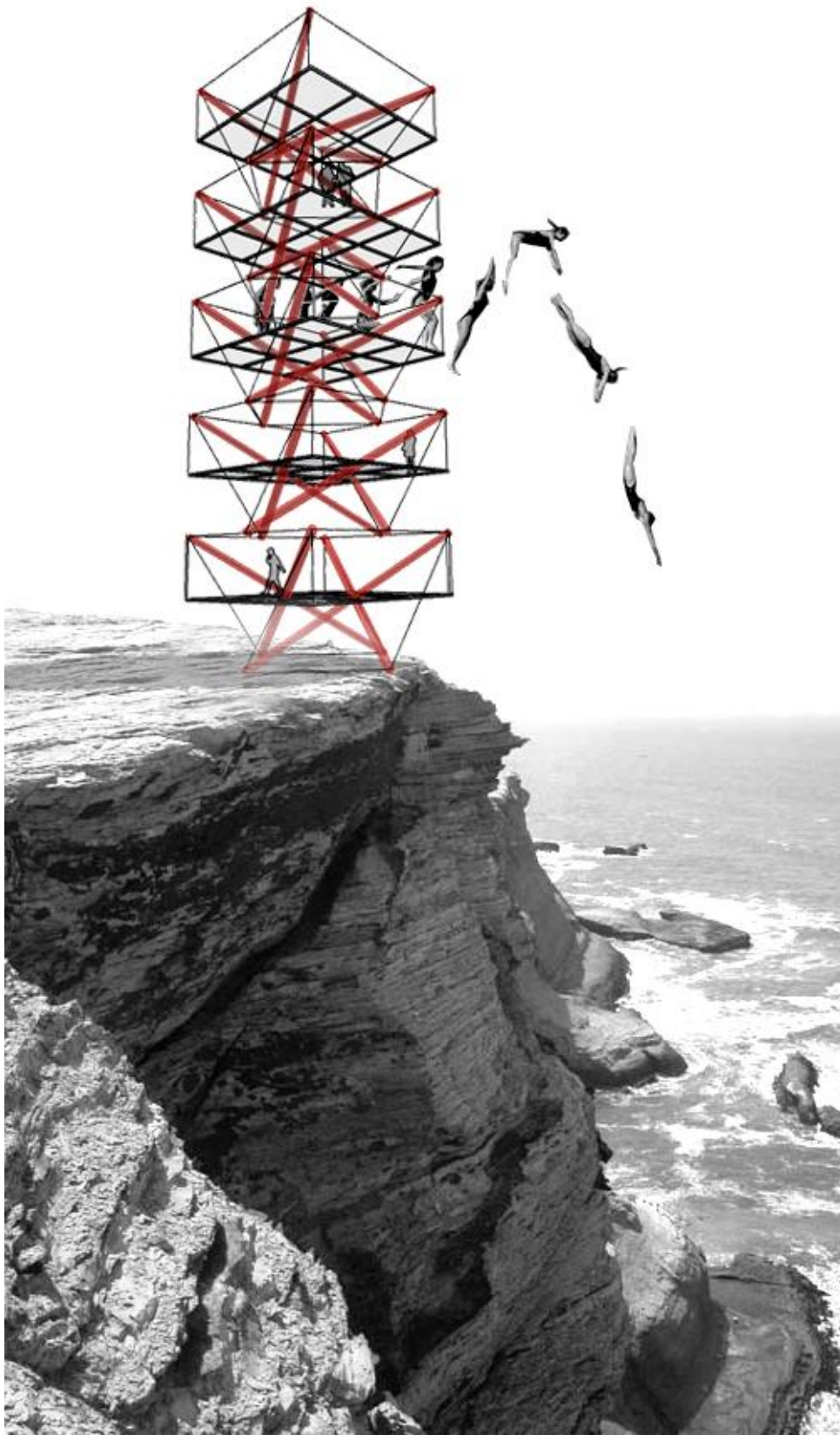


Figura 5.19: Fotomontaje trampolín Tensegrity

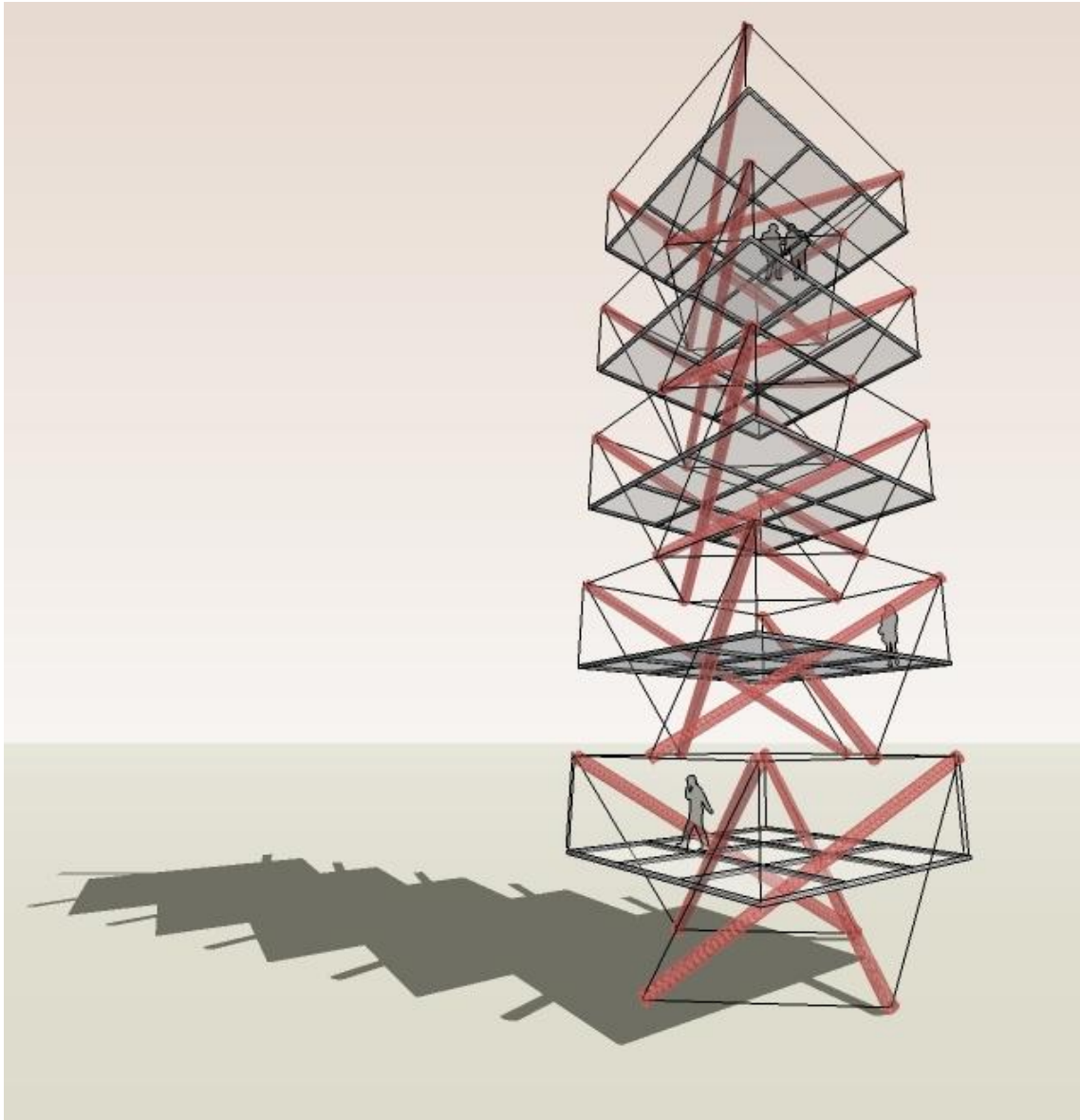


Figura 5.20: Sketchup mirador Tensegrity

El objetivo de esta investigación es conocer los límites de este sistema estructural e intentar llegar más allá de los recursos por ahora conocidos para potenciar esta tipología y hacerla capaz de asumir la potencia de una edificación con un estado de cargas habitual.

5. OBJETIVOS



Figura 5.21: Fotomontaje mirador Tensegrity

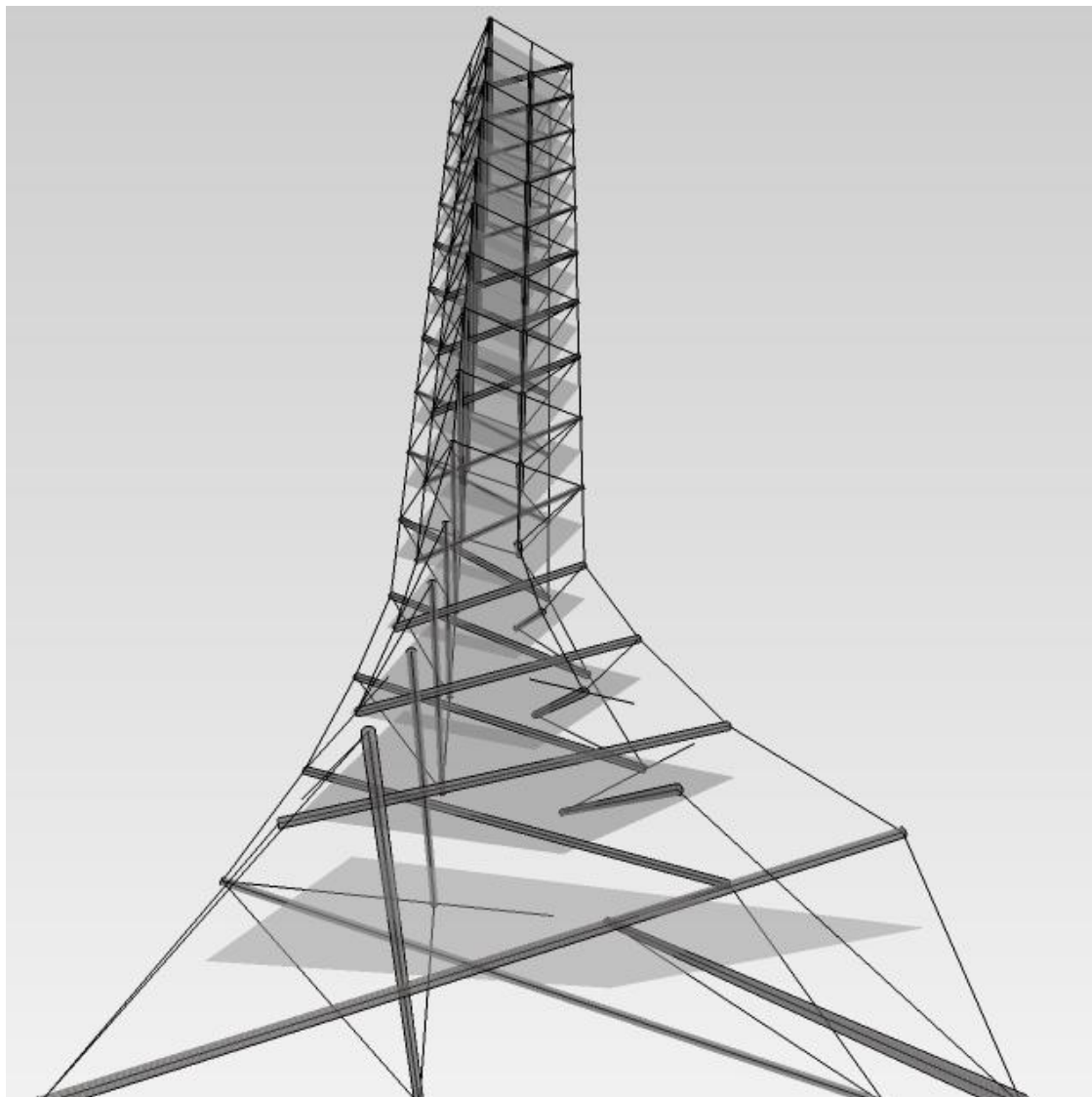


Figura 5.22: Sketchup torre Tensegrity

5. OBJETIVOS

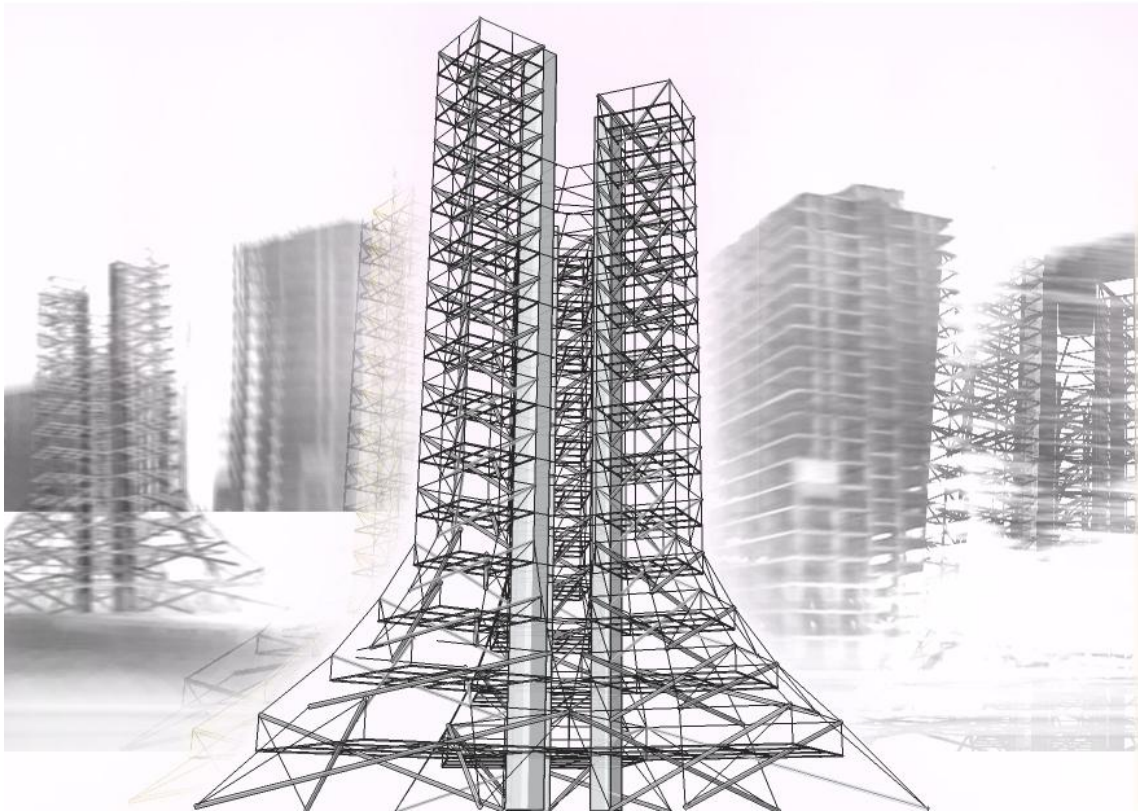


Figura 5.23: Fotomontaje Torre Tensegrity

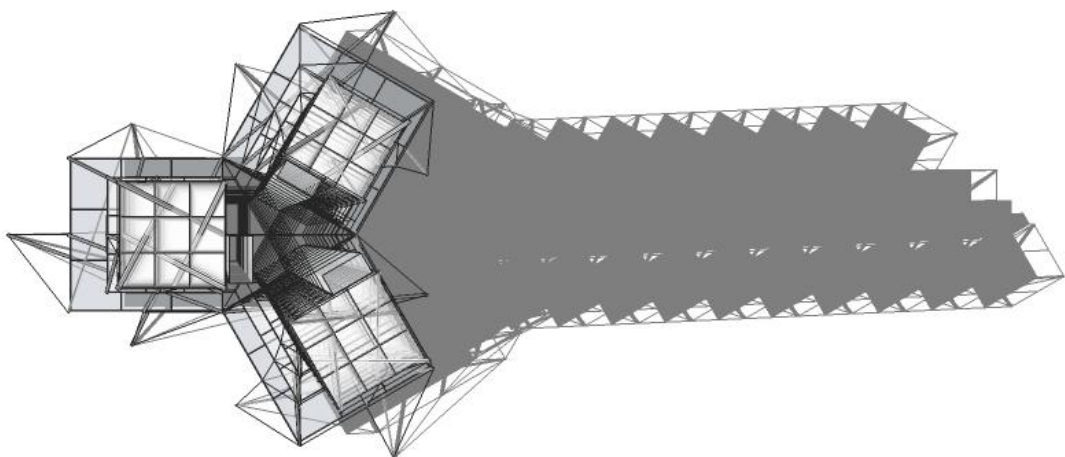


Figura 5.25: Sketchup planta Torre Tensegrity

6 . CONCLUSIONES PRELIMINARES

6.1 Verificaci3n del objetivo general

Los m3stiles de m3ltiples m3dulos con un adecuado pretensado distribuido no es un obst3culo en el dise3o.

El sistema de fabricaci3n propuesto finalmente resulta ser satisfactorio cuando todos los errores iniciales han sido eliminados. El uso de las articulaciones, con agujeros taladrados a los 3ngulos correctos en tres dimensiones, debe eliminar la 3ltima fuente obvia de inexactitud.

Para un an3lisis completo del m3stil Tensegrity, sus propiedades est3ticas deben ser investigadas. El an3lisis est3tico de los m3dulos Tensegrity de 3 barras anteriores, se ha llevado a cabo por varios investigadores. Skelton y He calculan la rigidez axial y la carga de pandeo de un m3stil Tensegrity de 186 m de largo y de seis m3dulos. Sult3n y Skelton analizan la rigidez axial y torsional de un m3stil de dos m3dulos. Como era de esperar, la rigidez aumenta con el nivel de pretensado. Skelton presenta un estudio m3s a fondo de la rigidez del m3stil de dos m3dulos.

Al aumento de la rigidez axial, las barras se hacen m3s verticales, es decir, disminuye de colatitud, y el pretensado aumenta la rigidez axial para peque3as fuerzas externas; a medida que aumentan las fuerzas externas, los efectos de pretensado se puede despreciar. La rigidez a flexi3n es constante hasta que uno o m3s cables se aflojan. Despu3s de que un cable se afloje, disminuye la rigidez a flexi3n y se convierte en una funci3n no-lineal mon3tonamente decreciente de la carga aplicada. A medida que aumenta la colatitud, es decir, los tubos son m3s horizontales, la rigidez a flexi3n aumenta.

El pretensado no afecta a la rigidez de flexi3n del m3stil siempre los cables est3n tensos, pero retrasa la aparici3n de destensado del cable. Pak analiza la rigidez axial, la rigidez a flexi3n y la rigidez torsional de un m3stil de m3ltiples m3dulos. Una vez m3s se comprueba que la rigidez axial es casi igual a tracci3n y compresi3n y aumenta con la carga exterior. La rigidez a flexi3n del m3stil de seis m3dulos es constante hasta que un cable se afloja. La rigidez torsional es id3ntica en el sentido horario y antihorario.

Para el c3lculo de los sistemas Tensegrity se ha de tener en cuenta las no-linealidades geom3tricas y se propone el an3lisis mediante la formulaci3n de Lagrange. Este m3todo se aplica tanto para la implementaci3n de pretensado como en la descripci3n del comportamiento del sistema Tensegrity de tres barras bajo acciones exteriores y para diferentes niveles pretensado.

6. CONCLUSIONES PRELIMINARES

Los resultados obtenidos en los ejemplos numéricos muestran que el comportamiento mecánico del pretensado en el sistema espacial reticulado no es lineal debido a su flexibilidad. La rigidez del sistema aumenta con la carga aplicada y también con el nivel de pretensado.

Además de su complejidad geométrica, estos sistemas tienen también un comportamiento mecánico complejo: la respuesta del desplazamiento depende de la orientación de la carga para la misma dirección, y este es el caso de los materiales anisótropos.

Podría ser interesante modelizar su comportamiento mediante la comparación de materiales compuestos de varios elementos con rigideces diferentes.

6.2 Verificación del objetivo específico

Las siguientes conclusiones definen el sistema Tensegrity como una tipología estructural no convencional:

- El equilibrio se resuelve con los métodos de búsqueda de la forma, constructivo y las posibilidades de la pretensión, donde los modelos de cables conformando el patrón de diamante, y con barras en una sola capa o múltiples capas.
- Es esencial conocer el estado inicial del sistema (pretensión y la rigidez de los elementos que lo componen) y su comportamiento cuando está sometida a las acciones exteriores.
- Las estructuras Tensegrity son cinemáticamente frágiles y necesitan elementos rigidizadores geométricos, tales como elementos de tensión. [23]
- El análisis de las componentes de fuerzas es importante, teniendo en cuenta los factores endógenos, como el pretensado de la estructura interna y los factores exógenos, tales como cargas externas, puntos de apoyo, anclajes, etc
- La distribución de las tensiones principales que ofrece el software WinTess muestra la importancia de la selección de propiedad en los elementos (para definir las dimensiones). Además se observa que es importante tener en cuenta en el cálculo un coeficiente.
- La dificultad de estos sistemas radica en el hecho de que a pesar de que son auto-equilibrado, con cargas externas, como el viento y la nieve, es necesario aumentar la rigidez de los elementos y, además, que debería ser reforzado mediante tubos externos, que ayudan a evitar un colapso del sistema en condiciones particulares.
- El sistema de la rigidez se consigue mediante el pretensado de los cables que conforman el módulo principal y elementos auxiliares externos, tales como cables para el arriostrado.
- Estos sistemas son flexibles en el eje Z, que los hace útiles como elementos o sistemas de plegado y desplegado. [24]

6. CONCLUSIONES PRELIMINARES

- Para verificar las hipótesis que se proponen aquí se deberá construir un prototipo a escala importante y someterlo a una prueba carga.

7. VIABILIDAD DEL ESTUDIO

	Enero	Febrero	Marzo	Abril	Mayo	Junio	Julio	Agosto	Septiembre	Octubre	Noviembre	Diciembre
01_Recopilación de información												
02_Elección del tema												
03_Estudio exhaustivo de la materia												
04_Elaboración del estado del arte												
05_Redacción de tesina												
06_Redacción del Abstract												
07_Presentación MUTA IV												
09_Revisión y ampliación												
08_Presentación Proyecto de tesis												

8 . B I B L I O G R A F I A

8.1 Refer ncias bibliográficas

- [1] Fuller, R. B. ,Synergetics, MacMillan, New York, 1975.
- [2] Snelson, K. ,Continuous tension, discontinuous compression structures, US. Patent No.3,169,611Febrero 16, 1965.
- [3] Pugh, A., An Introduction to Tensegrity, University of California Press, Berkeley, 1976.
- [4] J uregui, V.,Tensegrity Structures and their Application to Architecture, Master Thesis in Architecture, Queen's University Belfast -UK., 2004.
- [5] R. Fuller, "Tensile-integrity structures," United States Patent 3063521, November 1962.
- [6] K. Snelson, "Continuous tension, discontinuous compression structures," United States Patent 3169611, February 1965
- [7] R. Motro, "Tensegrity systems: the state of the art," *Journal of Space Structures*, vol. 7, no. 2, pp. 75-83, 1992
- [8] A. Tibert, "Deployable tensegrity structures for space applications," Ph.D. dissertation, Royal institute of technology, 2003
- [9] A. Pugh, *An introduction to tensegrity*. University of California Press, 1976
- [10] Bendsoe, M., Kikuchi, N., 1988. Generating optimal topologies in structural design using a homogenization method. *Journal of Computer Methods in Applied Mechanics and Engineering* 71, 197-224
- [11] Motro, R., Najari, S., Jouanna, P., 1986. Static and dynamic analysis of tensegrity systems. In: *Proceedings of the ASCE International Symposium on Shell and Spatial Structures: Computational aspects*. Springer, pp. 270-279
- [12] Sultan, C., Skelton, R., 2004. A force and torque tensegrity sensor. *Sensors and Actuators* 112, 220-231
- [13] Ingber, D., 1993. Cellular tensegrity: defining new rules for biological 37 design that govern the cytoskeleton. *Journal of Cell Science* 104, 613- 627.],[Ingber, D., 1998. Architecture of life. *Scientific American* 52, 48-57
- [14] Vogel, S., 1998. *Cats'Paws and Catapults: Mechanical worlds of nature and people*. WW Norton & Company

8. BIBLIOGRAFIA

- [15] Bela Uitz. Egység 1922."the first Russian show: A commemoration of the Van Diemen Exhibition. Berlin
- [16] M. Gugh. In the laboratory of constructivism: Karl loganson's cold structures, 1998
- [17] Snelson, K. D. Continuous tension, discontinuous compression structures. United states Patent 3169611, 1965. Filed 14 March 1960, Granted 16 February 1965.
- [18] Nishimura, Y. Static and dynamic analyses of tensegrity structures. PhD thesis, University of California at San Diego, La Jolla, CA, USA, 2000
- [19] Dahlquist, G., and Bjork, A. Numerical methods. Prentice-Hall, Englewood Cliffs, New Jersey, 1974.
- [20] Pérez, N., Folding Closed Tensegrity, Thesis in Architecture, University National of Colombia, Bogotá, 2003.
- [21] Sastre, R., Disseny i C lcul d'Estructures de Barres Totalment Articulades amb Grans Deformacions, Ph.D. Thesis, Department of Architectural Technology I - UPC, Barcelona, 1981.
- [22] Llorens, J., García Ch. y P ppinghaus H., Tensegrity Structures for Textile Roofs, Textile Composites and Inflatable structures, E. Onate and B. Kr plin (Eds.), Cimne, Barcelona, 2003.
- [23] Wagner, R., Tensegrity and Cable Domes, The Seventh International Workshop on the Design and Practical Realisation of Architectural Membranes, Berlin, 2002.
- [24] Motro, R., and Smaili, A., Foldable/Unfoldable Curved Tensegrity Systems by Finite Mechanism Activation, Journal of The International Association For Shell and Spatial of Structures, Vol. 48, No. 3, Dec n.155, 2007.

8.2 Bibliografia específica

LIBROS

Tensegrity. Structural Systems for the future	Ren� Motro	2003
	Robert E. Skelton, Mauricio	
Tensegrity Systems	C. de Oliveira	2009
Tensegridad. Estructuras Tensegriticas en Ciencia y Arte	Valent�n G�mez J�uregui	2007
Estructuras espaciales de acero	Z. S. Makowski	1972
A Practical Guide to Tensegrity design	Robert William Burkhardt	2008
Dynamics and Control of Aerospace Systems	Robert E. Skelton	2002

REVISTAS

STAR Structural Architecture n�1. Arquitectura m�vil y de r�pido montaje	F. Escrig	2004
STAR Structural Architecture n�5. Tensile Structures II	F. Escrig	2005
STAR Structural Architecture n�6. Tensile Structures I	F. Escrig	2005
STAR Structural Architecture n�7. Mallas de barras	F. Escrig	2006

8. BIBLIOGRAFIA

TESIS

Modelling and Control of Tensegrity Structures	Anders Sunde Wroldsen	2007
Deployable Tensegrity Structures for Space Applications	Gunnar Tibert	2002
Theory and Design of Statically Balanced Tensegrity Mechanisms	Mark Schenk	2006
Path planning for deformable robotic systems based on tensegrity structures	Sergi Hernandez Juan	2007
Static Analysis of Prestressed Tensegrity Structures	Julio Correa	
Application of the tensegrity principles on tensile textile constructions	Diana Pe��a	2009

UNIVERSIDAD

Estructuras IV (ETSAC) Tensegrity	Manuel Mu��oz Vidal	
(ETSAC) Estructuras autotensadas	Juan P��rez Varc��rcel	2010
(ETSAC) Estructuras de cables	Juan P��rez Varc��rcel	2010
(ETSAC) Estructuras ligeras de cubierta	Juan P��rez Varc��rcel	2009
Introducci��n a las Tensegridades	Francisco Santos Leal	2006
(UAH) Tensegridades: En busca del equilibrio	David Orden Mart��n	

ART  CULOS

La "Tensegrity": Une nouvelle comprehension du monde d'action des manipulations vertebrales	Jean-Fran��ois Salmochi	
Survey of Research work on Structures	Genot Minke	
(Revista: Scientific American) The Architecture of Life	Donald E. Ingber	1998
(Structural Topology/Tipologie structurale 21) Globally Rigid Symmetric Tensegrities	R. Connelly, M. Terrell	1995
(Revista IPP) Tensegridad	Llu��s Torn��	2008
Tensegrity frameworks: Static analysis review	Sergi Hern��ndez Juan, Josep M. Mirats Tur	2009
A method to generate stable, collision free configurations for tensegrity based robots	Sergi Hern��ndez Juan, Josep M. Mirats Tur	2008
The making of a tensegrity tower	Herbert Klimke, Soeren Stephan	
Tensegrity Models	Marc Heller,DC	
Stiffness of Planar Tensegrity, Beam Topologies	Bram de Jager, Robert E. Skelton	
Modal Analysis of a Tensegrity Structure - an experimental study	F. Bossens, R.A de Callafon, R.E. Skelton	
	Chandana Paul, Hod Lipson, Francisco Valero	
Evolutionary FormFinding of Tensegrity Structures	Cuevas	
A Primer on the Mechanics of Tensegrity Structures	W. O. Williams	2003